

數學科概念發展學習單

高中課程

單元

圓錐曲線



數學新世界

2018 年 10 月 編印

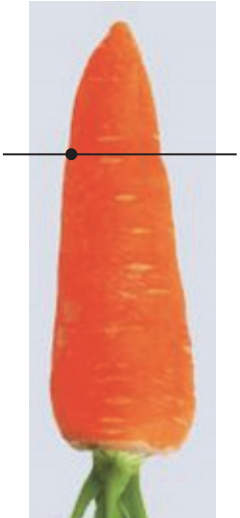
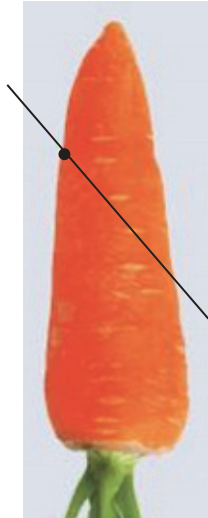


1. 將手電筒放置於球的正上方，做垂直照射，分別在甲、乙、丙、丁的位置放置一張白色厚紙板(或白板)，請在空白處，試著畫出在甲、乙、丙、丁處，球的投影圖形

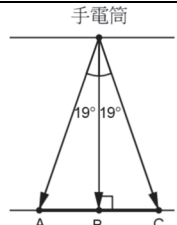
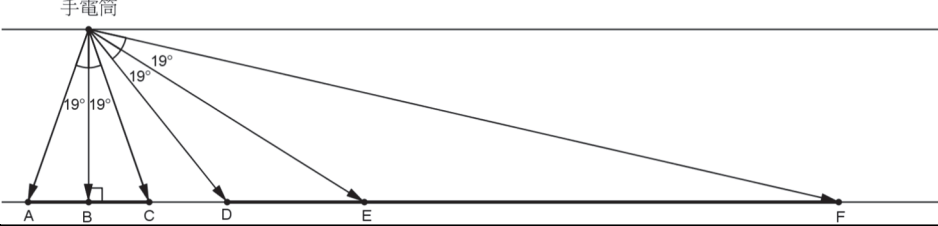
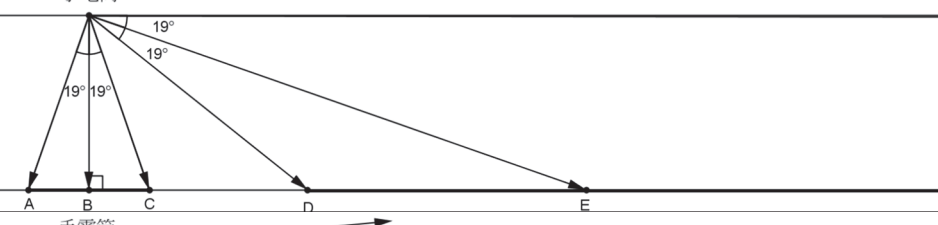
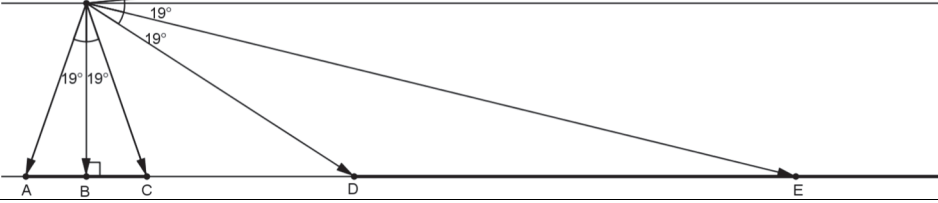
2. 想像光線逆向聚焦於發光處(手電筒)，我們仍可以看到球的投影圖形

可以逆向投影	無法逆向投影

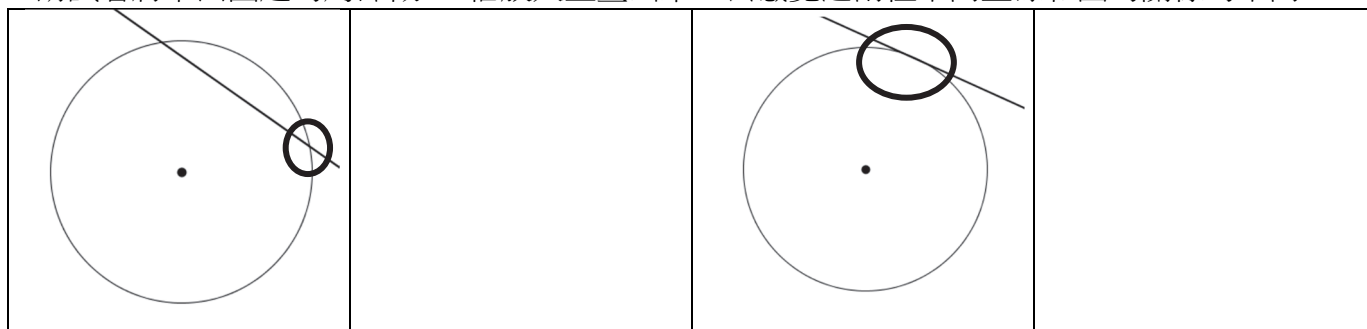
3.這是一根胡蘿蔔，下面有 4 種不同的切法，請你試著畫出截面圖形，並命名，請試著在最後一個胡蘿蔔畫出這 4 種不同切法，並標示出切法的不同

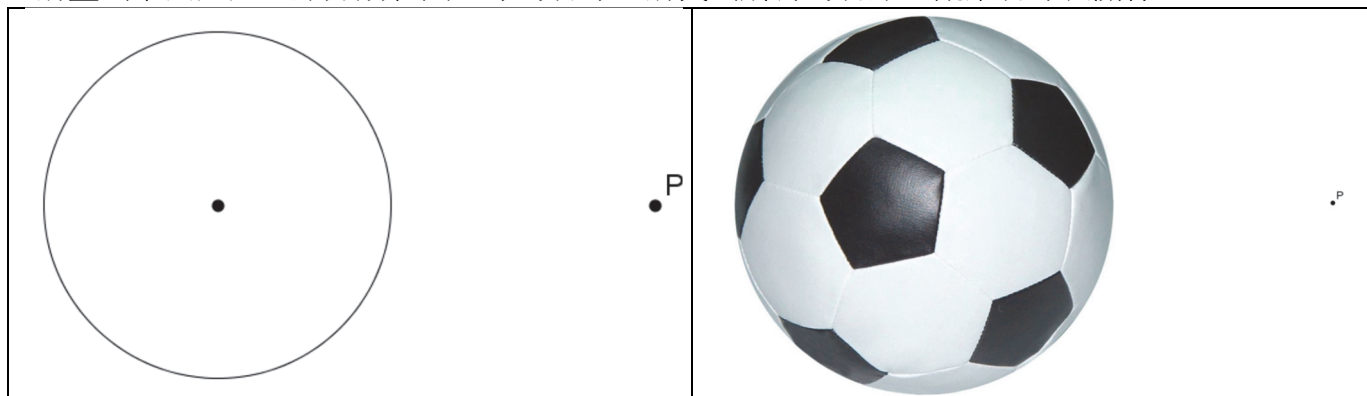
4.下面是手電筒從垂直照射，慢慢改變照射角度之後的投影，請你試著將投影的圖形畫出來

照射方式	投影圖形
手電筒  垂直照射	
手電筒 	
手電筒 	
手電筒 	

5.請試著將下面圈起的局部做 10 倍放大並畫出來，去感覺這兩種不同直線和圓的關係的不同

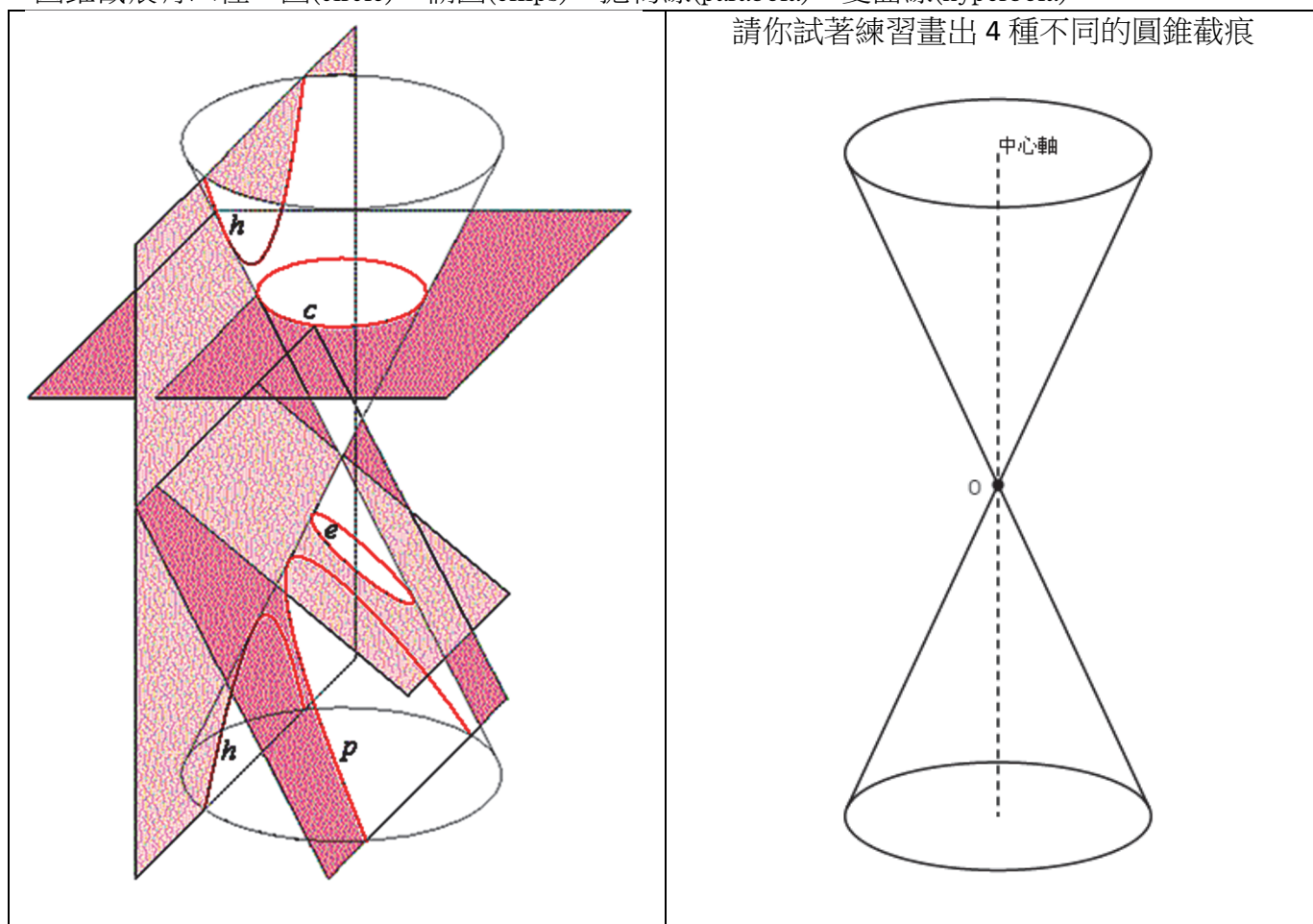


6.請畫出下面通過 P 點分別和圓、球的切線，請找出所有的切點，觀察切線長關係



7.圓錐截痕有四種：圓(circle)、橢圓(ellips)、拋物線(parabola)、雙曲線(hyperbola)

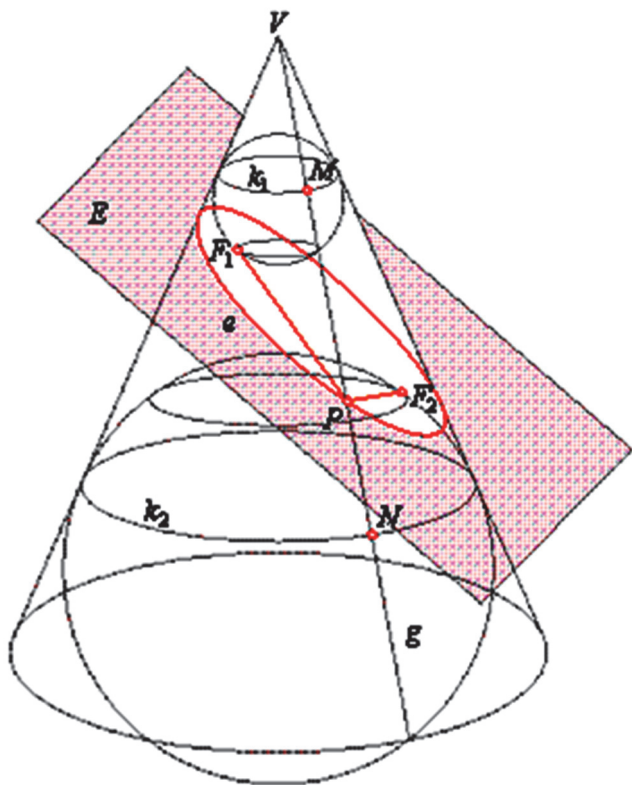
請你試著練習畫出 4 種不同的圓錐截痕



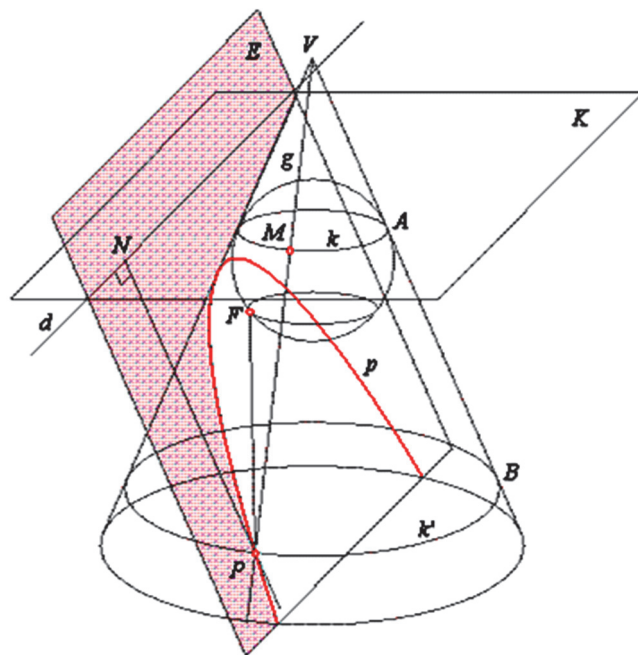
圖形參考來源 <http://www.nabla.hr/PC-ConicsProperties1.htm#CS>

8.當我們在圓錐中塞球(內切球)可以看到圓錐曲線的性質

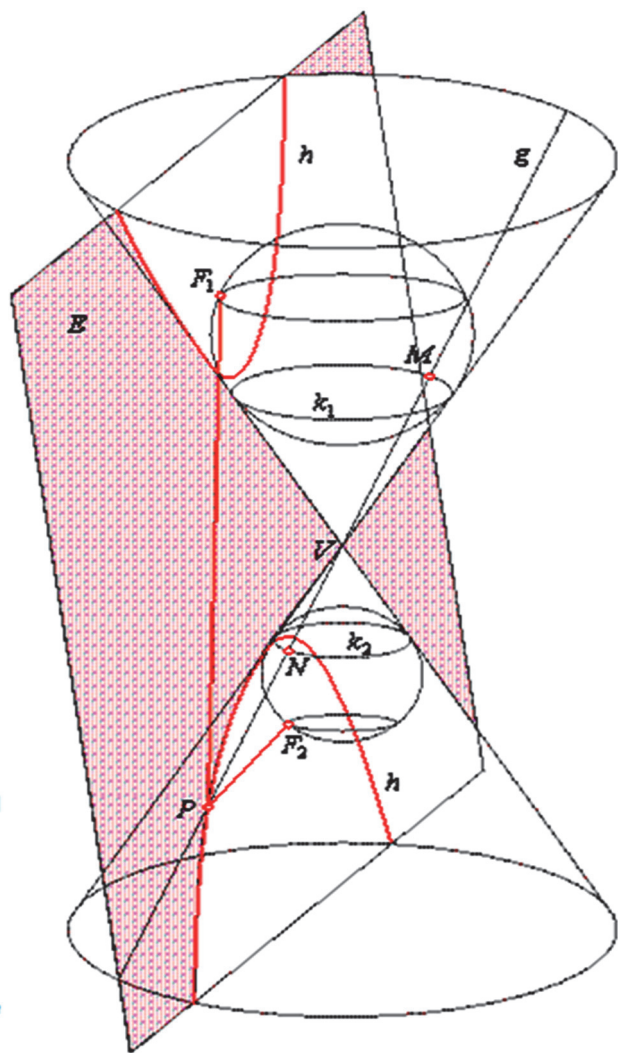
(1)橢圓



(2)拋物線



(3)雙曲線



(1)橢圓

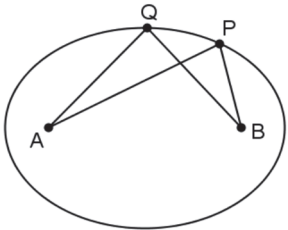
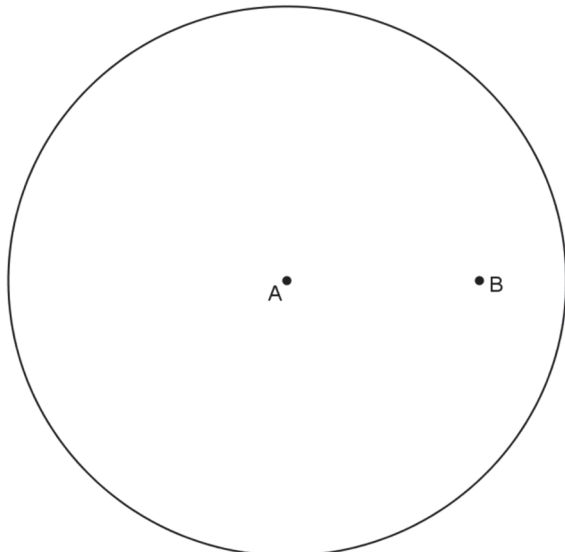
上面的球切平面 E 於 F_1 點，下面的球切平面 E 於 F_2 點，請觀察 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2}$ 的性質

(2)拋物線

球切平面 E 於 F 點，請觀察 $\overline{PF}$ 和 $\overline{PN}$ 的關係

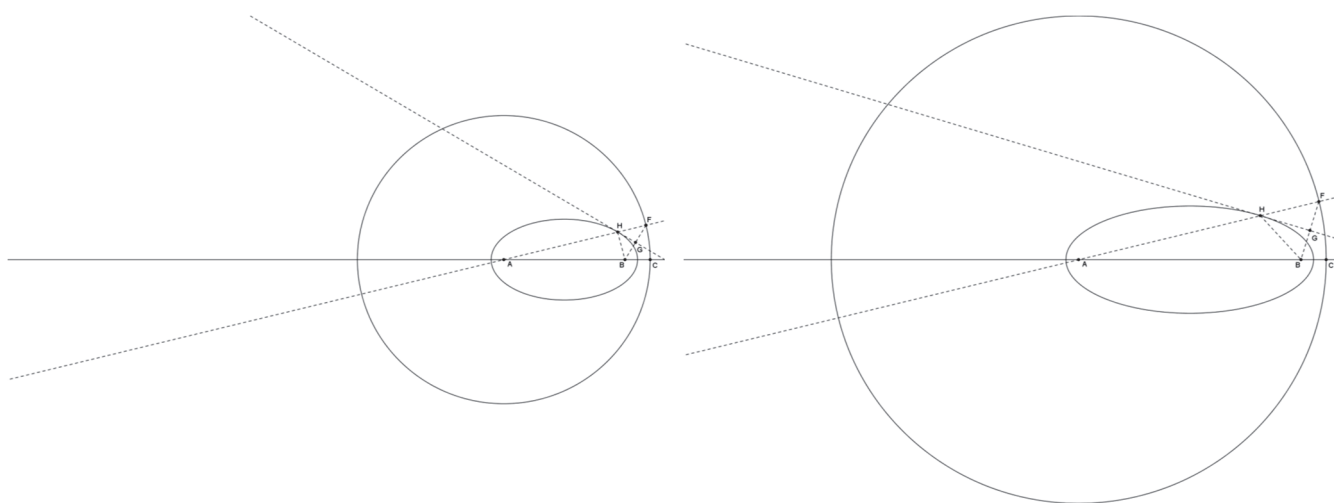
(3)上面的球切平面 E 於 F_1 點，下面的球切平面 E 於 F_2 點，請觀察 $\overline{PF_1} - \overline{PF_2}$ 的性質

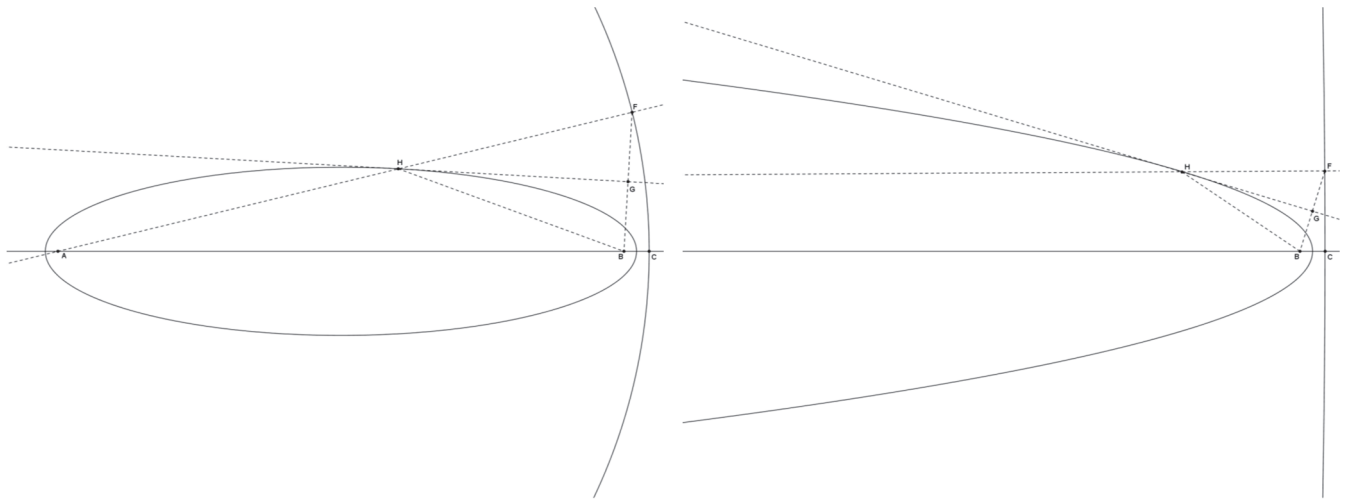
8. 橢圓和參考圓

(1) 我們知道橢圓上的點到 A、B 兩個固定點的距離和會相等，請利用距離和的相等，以 A 為圓心，距離和為半徑畫出參考圓	(2) 這是橢圓的參考圓，試著利用參考圓和 A、B 兩個固定點畫出橢圓
	

(3) 請觀察上面的圖形，說明為何我們會想要將 A、B 兩個固定點稱為焦點(光的聚集處)
提示：尋找反射鏡面

(4) 觀察下面 4 個圖形的變化，當我們將焦點 A 不斷的拉離 B 點，你可以看到什麼？從 B 點發射出去的光，經過反射鏡面跑去哪裡了？





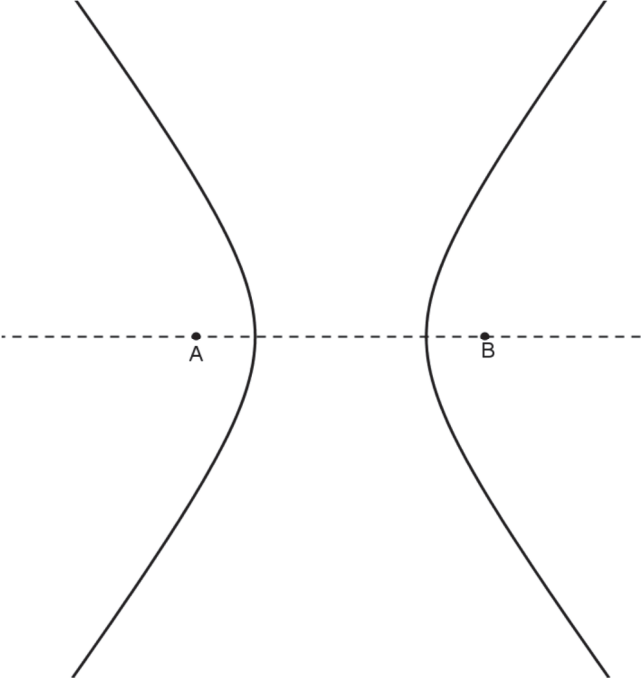
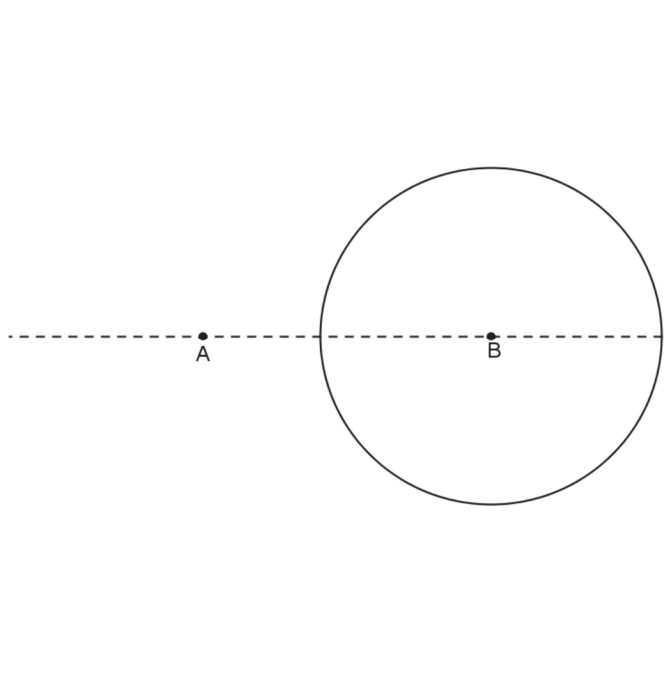
9.拋物線和參考圓(準線)

(1)請利用平行光射向拋物線會聚焦在 B 點，也就是拋物線上的點到 B 點和到參考圓(準線)的距離會相等畫出參考圓(準線)	(2)這是拋物線的參考圓(準線)，試著利用拋物線上的點到 B 點和到參考圓(準線)的距離會相等畫出拋物線

(3)請觀察上面的圖形，說明為何我們會想要將 B 點稱為焦點(光的聚集處)

提示：尋找反射鏡面

10. 雙曲線和參考圓

(1) 我們知道雙曲線上的點到 A、B 兩個固定點的距離差會相等，請利用距離差的相等，以 B 為圓心，距離差為半徑畫出參考圓	(2) 這是雙曲線的參考圓，試著利用參考圓和 A、B 兩個固定點畫出雙曲線
	

(3) 請觀察上面的圖形，說明為何我們會想要將 A、B 兩個固定點稱為焦點(光的假聚集處)
提示：尋找反射鏡面

11. 圓錐曲線的應用

(1) 如果我們希望從 P 點講出口的話都可以反射回來給自己聽到，甚至更清楚了，我們應該設計出什麼樣的反射面呢？ 	(2) 如果我們希望從 P 點講出口的話都可以反射出去讓位在 Q 點人聽到，甚至更清楚了，我們應該設計出什麼樣的反射面呢？  
--	--

(3)如果我們想設計一個反設計鏡面，讓在 P 點所發出去的光可以直直的射向遠方，方便我們辨識天上的星星，我們應該設計出什麼樣的反射面呢？

• P

(4)如果我們想設計一種鏡面，讓照射進來的光可以完全發散出去，這樣不想被拍照的時候就很好用啦，我們應該設計出什麼樣的反射面呢？

• P

12.生活實際應用(參考資料：建國中學數學教師黃世穎的生活中的圓錐曲線)

(1)加泰隆尼亞音樂宮(橢圓環繞音效)



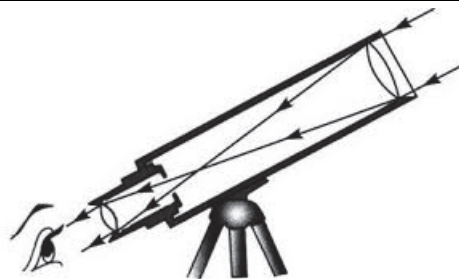
(2)路思義教堂(拋物雙曲面)



(3)小叮噹馬克斯威爾通話器(拋物線)

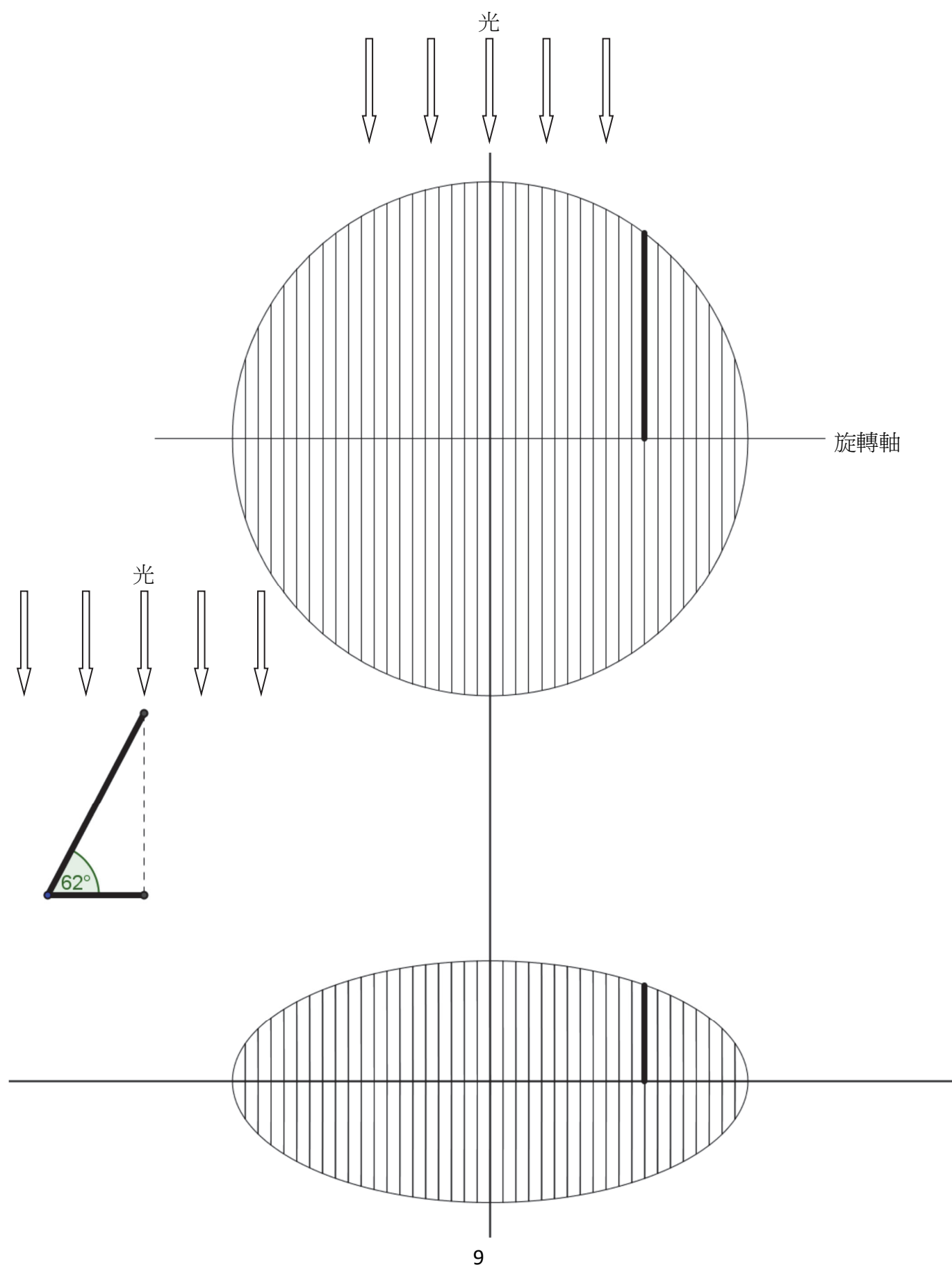


(4)天文望遠鏡(拋物線)



13. 橢圓面積

圓盤旋轉 62° 後可以得出下方的橢圓投影，試著猜猜看橢圓面積的計算式會是什麼？



重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>