



【表現數字大小】(2:50 ~ 10:54)

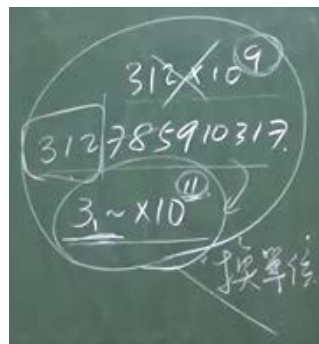
小學 $\Rightarrow$ 數字的長短 (舉例：原住民數字 1~10 的讀音與"那那那...麼遠")

國中 $\Rightarrow$ 科學記號 312785910317 $3.\sim \times 10^{11}$ 為什麼我們寫 $3.\sim$ 而不寫 $312.\sim \times 10^9$?

(舉例：把 5000 元的老爺車說成是 0.00005 千萬的跑車)

$3.\sim \times 10^{11}$ 前面這個數字 $3.\sim$ 表示是這個等級 10^{11} 的 $3.\sim$ 倍，這個不是換單位

★數字用等級表示，等級回應數字



【等級高低與科學記號】(11:29 ~ 16:29)



3×10^5 我們說這個數字在第 5 等級

32×10^5 有 32 個 10^5 這個等級，我們應該要把它晉級，晉級到 3.2×10^6 這個等級

0.31×10^5 這個數字真的有達到 10 的 5 次方這個等級嗎？沒有，真的要講要降級，降到 3.1×10^4

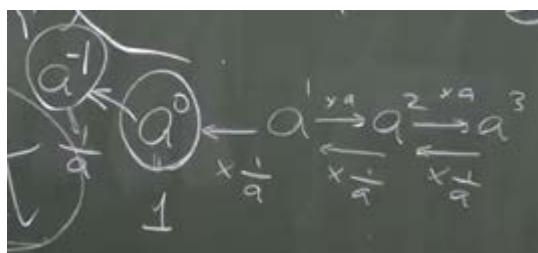
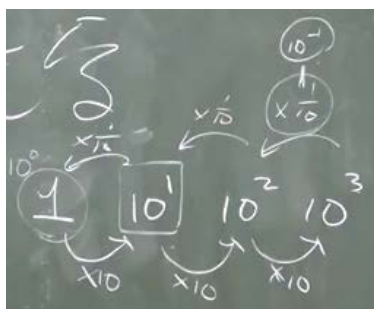
達到 10 晉級，它晉級要乘以 10。那降級呢？除以 10 (也就是 $\times \frac{1}{10}$) 就降級。

降級，把 3 到 2，所以把 $\frac{1}{10}$ 寫成 10^{-1} ， 10^{-1} 是正的數，它是 10 的負 1 次方，在講怎麼做運算。

再來看 a 這個數

所有數字的 0 次方都是 1 嗎？沒有例外嗎？哪一個例外？0，0 可以升級但沒辦法降級。

★數字轉換成等級，等級回復到數字



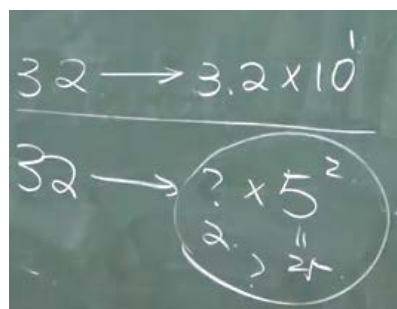


【不同晉級標準】(17:32 ~ 31:00)

32 寫成 3.2×10^1 ，可以看到達 10 晉級，那達 5 晉級可不可以？

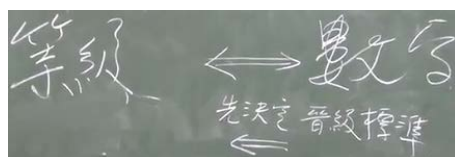


★高中以更自在的方式看數字的等級（不限定以 10）

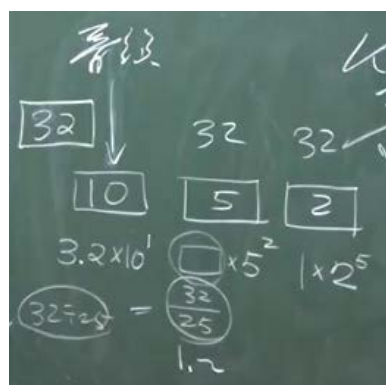


32 以 10 為晉級標準，寫成 3.2×10^1

32 以 5 為晉級標準，寫成 $? \times 5^2$ ，32 是 5 的 2 點多級



數字轉換等級
先決定晉級標準

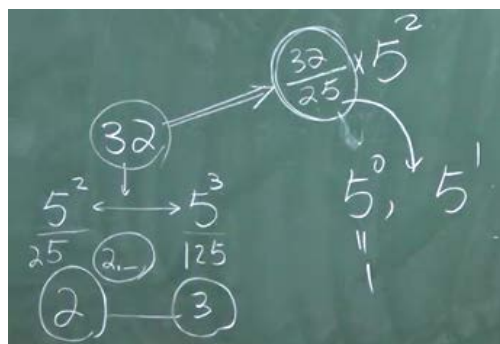


32 這個數字，分別用 10、5 和 2，三種不同晉級標準的表示
以 10 為晉級標準 $\Rightarrow 32 = 3.2 \times 10^1$

以 5 為晉級標準 $\Rightarrow 32 = \square \times 5^2$ ， $\square = \frac{32}{25}$ ，也就是 1.~

以 2 為晉級標準 $\Rightarrow 32 = 1 \times 2^5$

★晉級標準大，不容易晉級；晉級標準小，愈容易晉級

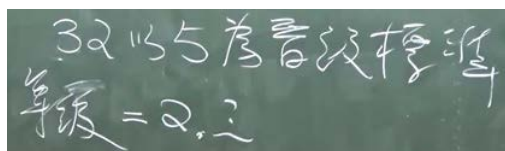


32 介於 5^2 和 5^3 之間，意思是，用 5 當晉級標準

32 的等級介於 2 和 3 之間

$32 \Rightarrow \frac{32}{25} \times 5^2$ ，把 32 完全用 5 的等級來看

那麼， $\frac{32}{25}$ 介於 5^0 和 5^1 ，也就是 5 的 0 點多級，所以...





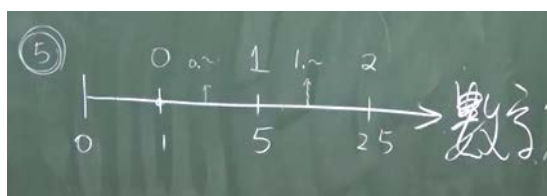
【數字的等級函數圖形】(31:10 ~ 52:45)



數字有正有負，我們看數字的等級只看正數
負數是正數加一個負號（表示相反）
所以，將數字轉換為等級時
我們不考慮負數，只考慮正數



我們用數線來標示數字的等級
當我們標示 0, 1, 5, 25（忽略數線單位長比例是為了方便）
我們想要用哪一個等級門檻來看數字？

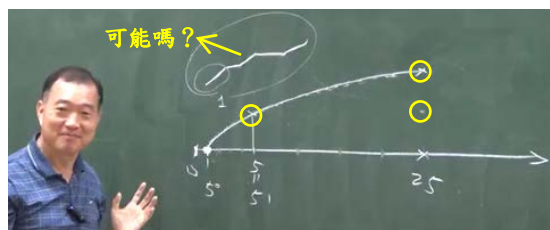


用 5 當等級門檻
1 的等級是 0, 5 的等級是 1, 25 的等級是 2
如果數字在 5 和 25 之間，那它的等級是 1.~
如果數字在 1 和 5 之間，那它的等級就是 0.~

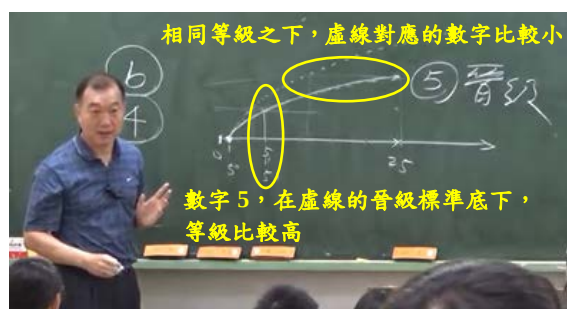
（舉例：地震級數，把地震的強度等級化。日本 311 大地震的 9.1 級和臺灣 921 大地震 7.3 級，地震的強度差多少？差 1 級是 10 倍，差 2 級就 100 倍，還有談到...海嘯的產生）



畫細一點

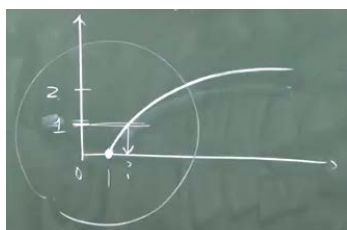


我們想把每個數字的等級都標示出來，數字是密密麻麻的，我們用不同的高度來標示它們的等級。

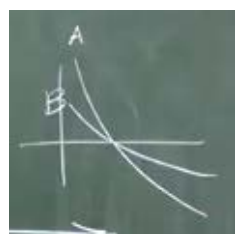
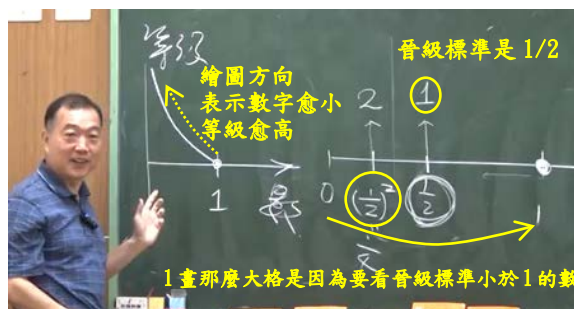
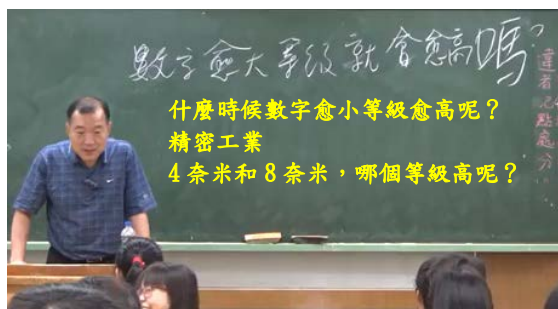


再進一步的問：
觀察 A、B、C 三個圖形，然後，比較它們晉級標的的大小

上左圖：提問虛線的圖形，它的晉級標準是 6？還是 4？比 5 容易晉級？還是比 5 難晉級？

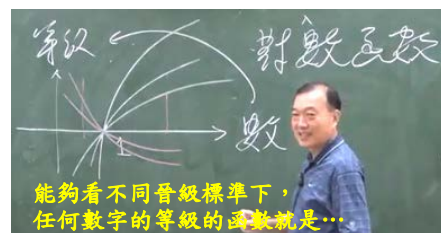


怎麼從圖形看晉級的標準？
晉級標準就是，達到 1 級的那個數字就是晉級標準
也就是，數字大到多少的時候是 1 級



哪一個比較容易晉級？A 比較容易晉級。
一樣的數字，A 的等級比較高；
表示 B 比較精密，B 的晉級標準比較小，
一樣的等級 B 的數字比較小。

【課程統整】(52:46 ~ 56:43) (最後，請您也試著做小結論…)



對於數字，不同教育階段的學生應有不同的感知與發展，從不同的數字表徵方式來得知數字的大小並操作數字的四則運算。

國小 ⇒ 依數字位數的長短（位址、位值、單位），將數字書寫下來，寫愈長數字愈大；或者將數字讀出來，從讀出的單位可知道數的大小。

國中 ⇒ 將數字以科學記號 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 為整數) 表徵，以 10 進位的指數型態感受數字的大小，或者，我們說以 10 為晉級門檻，依等級的大小來看數字的大小。

高中 ⇒ 用對數函數 $f(x) = \log_a x$ ，來看數字 x ，以 a 為晉級門檻（基底）時的等級，且透過函數圖形，觀察同晉級標準（基底）之下，數字變動時的等級變化；不同晉級標準（基底）之下，數字變動時晉級的難易程度。