

數學科教師共備手冊

國小課程

單元 5-1

平面圖形



數學新世界

2018 年 08 月 編印

📖教學共備 memo

一、共備模式

(一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

(二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

(三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

二、共備流程

單元共備單	觀摩教學知能影片	學習單實踐教學
共備前	共備前	共備前
單元共備單反思	1.第 1 次反思單撰寫 2.CA 教學或教專研習影片觀摩 3.撰寫觀摩影片記錄	1.撰寫與編修單元學習單 2.確立學習單教學脈絡與設計想法 3.使用學習單教學
共備	共備	共備
1.討論單元共備單 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.討論觀摩影片記錄 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.分享教學心得感想 2.討論觀課記錄 3.發想概念發展教學設計
共備後	共備後	共備後
1.核心概念細部分析 2.概念發展的教學脈絡細部調整 3.嘗試概念發展的教學	1.第 2 次反思單撰寫 2.編修單元學習單	1. 編修單元學習單 2. 再次使用學習單教學

三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：_____ 共備日期：_____

本次共備主持人：_____ 共備紀錄：_____

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：_____）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：_____）

☐ 其他 _____

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他



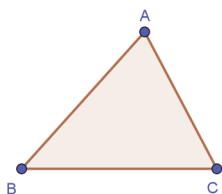
一、反思問題

1. 平面圖形這個單元有兩個主角，一個是「平面」另一個是「圖形」，在教學上，您是否有特別說明過這兩個概念呢？讓我們先想一想，什麼是形？

2. 有些物品會因外力而變形，有些則不會；關於變形-形狀的改變實際上是因為什麼變了而產生形的改變？請試著觀察下圖來回答。



3. 請試著移動下圖 A、B 或 C 其中一點的位置，很明顯的，三角形 ABC 的形狀被改變了！想一想，形的“定形”，它是什麼決定了而形也跟著決定了？



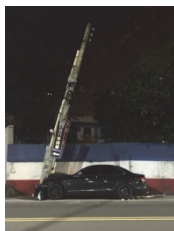
4. 角，是一個形嗎？如果是形，您會怎麼描述它？
我們在什麼情況下，會想要知道角的大小？也就是，定義角的需求是什麼？

5. 我們用 90 度角來說兩直線的垂直，更貼切的說法是什麼？

圖一：你覺得電線桿還差多少可以被扶正呢？

圖二：平交道的柵欄還差多少可以放平呢？

您覺得這兩個圖跟數學所談的什麼概念是同出一轍的呢？

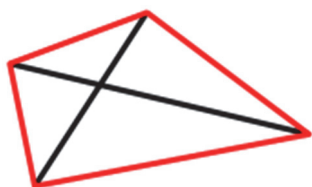


圖一



圖二

6. 課本定義平行為「兩條直線之間一樣寬」，在我們生活周遭眼見所及，看到的平行，除了一樣寬，還有其他的說法嗎？盡可能用各式各樣的說法說說看。
7. 國中數學在談兩直線平行的說法是：若平面上兩條直線都垂直於同一直線，則此兩條直線稱為平行線。想一想，如果不在平面上呢？垂直於同一直線的兩條直線有沒有可能不會保持一樣寬呢？也就是兩直線可能會愈來愈接近或者愈來愈分開。
8. 內角和外角是怎麼區別的呢？三角形的內角和一定是180度嗎？什麼情況是？什麼情況不是？
9. 實際操作一下，我們拿兩枝不同（或相同）長度的竹筷，將它交疊綁在一起，如下圖，當我們任意轉動兩枝竹筷，可以看到四邊形會變形。請試著回答，怎麼讓學生感受到對角線對於四邊形的重要？為什麼在四邊形這個單元我們要談對角線性質呢？



10. 圓的大小是從哪裡看呢？是半徑還是直徑？
我們講口徑、蛋糕的大小都是用什麼來講呢？
11. 在國小的教材中，圓周率是透過量直徑長和圓周長之後，計算圓周長是直徑長的3點多倍得知的。圓周率想表達的是什麼？
12. 不論是切比薩或蛋糕，我們通常都會想要切過圓心，其實我們真正想做的是什麼？這樣的想法經常用在哪裡？學習扇形這個單元的核心是什麼呢？

二、核心概念

1. 幾何的核心本質

2. 垂直

3. 平行

4. 歐基里德平面的幾何性質

5. 多邊形

6. 圓

7. 扇形

三、概念發展脈絡

請將每個概念就「認知」、「形成」、「使用」三個層面予以說明。

幾何 核心本質	
垂直	
平行	

歐基里德 平面	
多邊形	
圓	
扇形	

四、觀摩、討論與修改

1. 參考影片

-  [數學新世界-CA 談數學-20180521 臺東縣初鹿國中 圓 平面幾何 立體幾何](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-歐基里德的內角與外角 20180330 \(湖北武漢觀摩課\)](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-圓周率與圓面積 20171016 \(臺東縣大南國小\) PART1](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-尺規作圖 20170405 \(屏東生根鶴聲國中\) PART1](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-尺規作圖 20170405 \(屏東生根鶴聲國中\) PART2](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-20161028 僑孝小五 平面圖形-平行四邊形 part1](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-20161028 僑孝小五 平面圖形-平行四邊形 part2](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-20160930 僑孝小五 平面圖形-多邊形內角和 part1](#)
-  [數學新世界-CA 談數學-20160930 僑孝小五 平面圖形-多邊形內角和 part2](#)

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

五、概念發展學習單

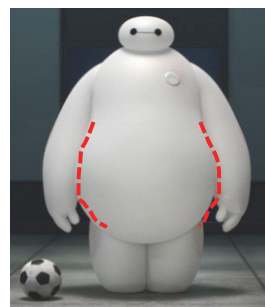
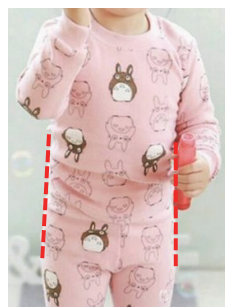
完整版請參閱數學新世界五、六年級教材。

◎概念三：平面圖形

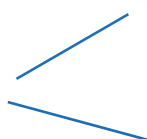
我們的臉是「平面」的嗎？為什麼面膜需要將邊邊剪開呢？



再看一看下面三種不同的腰身，不同的身形有不同的曲線，本來是直直的腰，吃胖一點肚子就會變成像球一樣，如果瘦身有成就可以有窈窕曲線！我們用一張紙試著模擬身形，哪個身形可以被紙張做出來，哪個不可以呢？有沒有感覺，將兩條平行線貼在這三種身形時，會有不同的變化？國小、國中所討論的平面圖形，都是被畫在和紙張一樣的平面上！



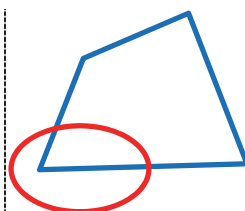
看看下方的圖，想一想：



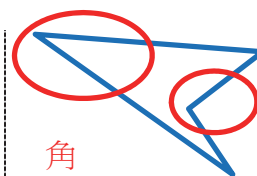
2 個邊可以圍成封閉圖形嗎？



3 個邊可以圍成封閉圖形嗎？



這個四邊形沒有凹陷

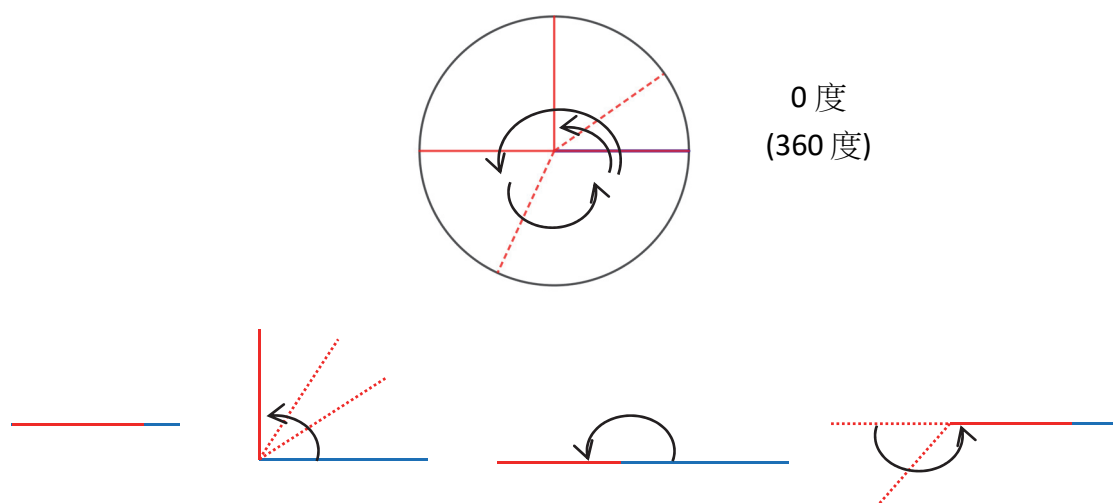


這個四邊形有凹陷

給兩個邊（直線線段）不能圍成一個封閉的圖形，至少需要三個邊才可以，所以「多邊形」指的是三個邊以上所圍成的封閉圖形，而有的是凸的多邊形，有的則是凹的多邊形。

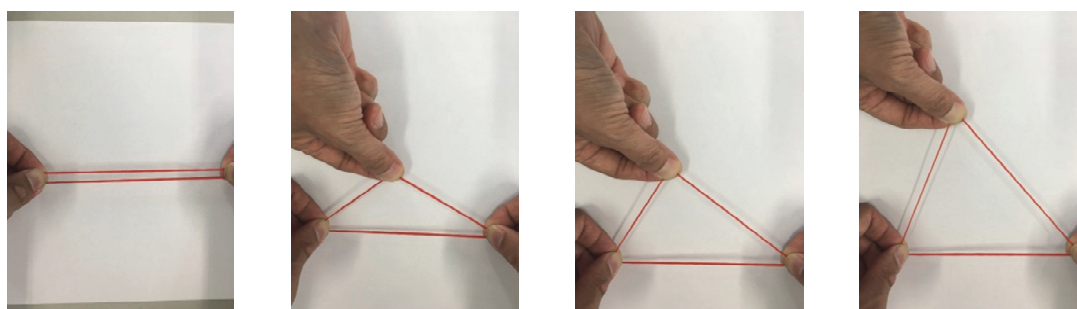
在多邊形中，任意兩個邊會構成像牛角、羊角一樣尖尖的形，這樣的形在數學上我們也稱作「角」。我們將一個圓分成 360 格，因此

角可以被度量，從 0 度到 360 度；兩個邊自重合開展到「擺正」，然後到「放平」，再持續擴大直到重合繞了一圈為止，周而復始。



動動筆想數學

- 請拿出一條橡皮筋，先拉成圖①，然後慢慢拉動其中一邊，分別可以拉出不同的三角形，如圖②③④。在拉動橡皮筋的時候，可以感覺到橡皮筋的長度從原來的長度被拉的更長了。

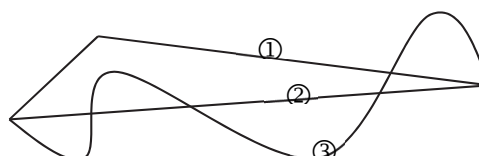


你是否能從這個三角形的形成操作中，看到三角形的兩邊和會比第 3 個邊長嗎？

☐ 是 ☐ 否

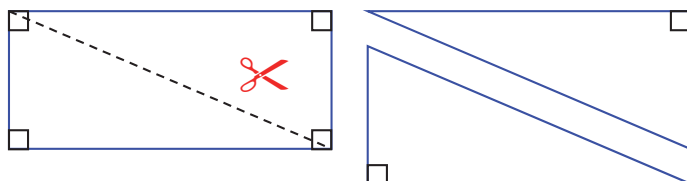
- 從 A 往 B 走，如果選擇一條最短的路徑走，是哪一條呢？

☐ ① ☐ ② ☐ ③

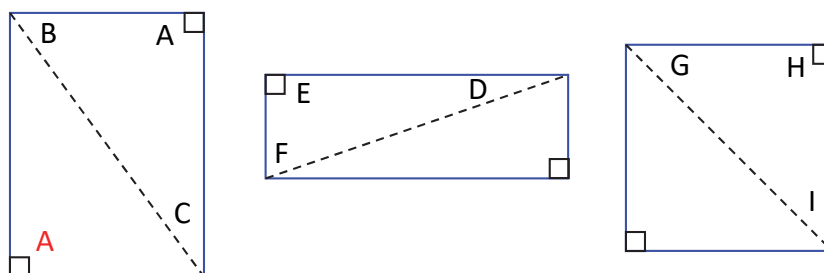


- 動手做一做：請拿出一張矩形的紙張，沿著矩形的其中一條對角線剪開，可以剪出兩個直角三角形，把這兩個直角三角形拿來疊疊看，可不可以完全重疊呢？是不是一模一樣呢？

(矩形：四個角都是直角的四邊形，也就是規規矩矩的四邊形，所以矩形包含正方形和長方形)



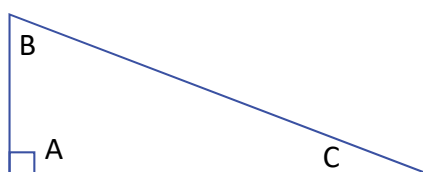
- (1) 請在同一個矩形中，標示出與角 A、B、C、...、H、I 一樣大的角 (使用相同符號)。



- (2) 仔細觀察上面的圖形，請問編號 B 和 C 的角度相加會是幾度呢？
 編號 D 和 F 相加是幾度呢？
 編號 G 和 I 相加是幾度呢？

4. 如圖，有一個直角三角形 ABC，試回答下列問題：

- (1) $\angle B + \angle C$ 會是幾度呢？
 請寫下你的理由。

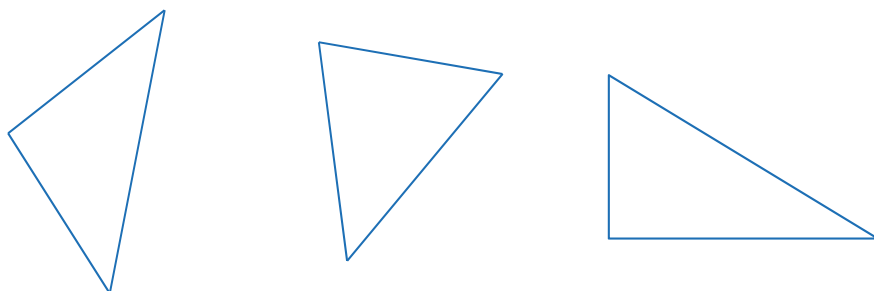


- (2) 直角三角形內角和 $\angle A + \angle B + \angle C$ 是幾度呢？

5. 下面有一些三角形，請你試著把各個三角形切成 2 個直角三角形；接著，在空格內隨意畫一個三角形，也試著切成兩個直角三角形。你覺得各式各樣的三角形都可以切成 2 個直角三角形嗎？

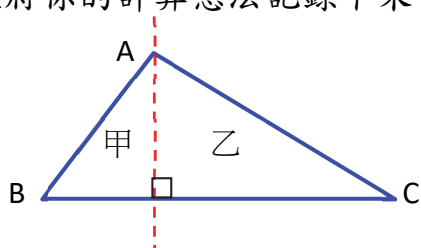
☐ 都可以 ☐ 有的不可以

有沒有不能切成 2 個直角三角形的三角形呢？ ☐ 有 ☐ 沒有



自己再畫一個三角形
切切看！

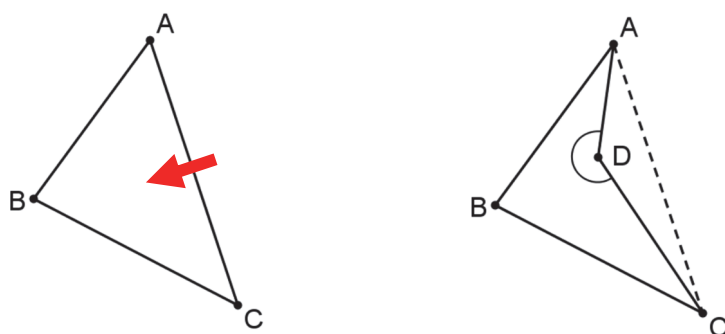
6. 我們將下方這個三角形，切成兩個直角三形（甲和乙），請試著利用這兩個直角三角形，計算出三角形 ABC 的三個內角和是幾度？並將你的計算想法記錄下來。



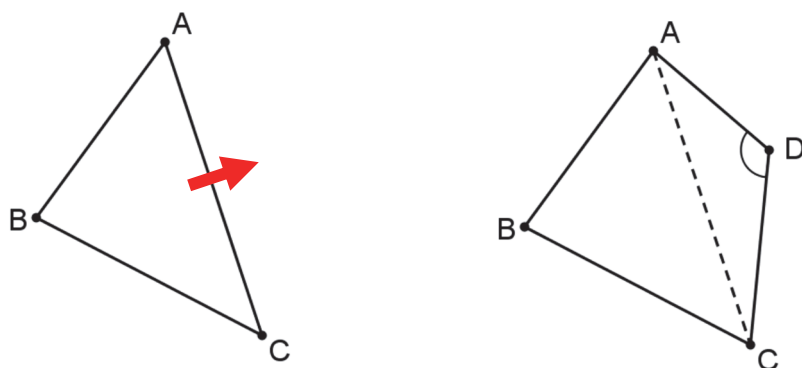
- ★將矩形從對角線切開，可以切出兩個一樣的直角三角形；矩形的四個角是直角，所以直角三角形的三個角的和是 _____ 度。
任意（哪一個都好）的三角形，都可以被切成 2 個直角三角形。

7. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個三角形，進行下面的實驗，同時觀察角度有什麼變化。

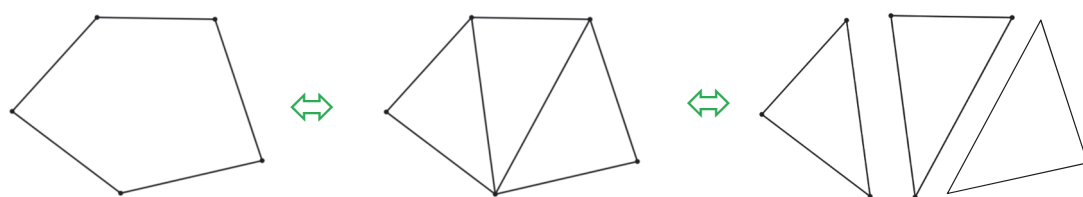
任選一邊，往三角形內部拉，形成凹四邊形



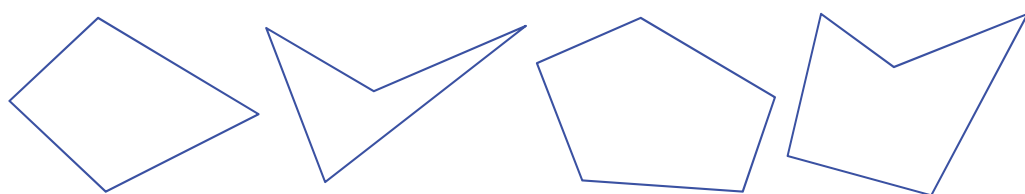
任選一邊，往三角形外面拉，形成凸四邊形



8. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個四邊形，試著拉動其中一邊，讓它形成一個凹五邊形或凸五邊形。
9. 一個矩形可以從對角線 **切** 成 2 個直角三角形，這 2 個直角三角形也可以 **拼** 回去變成矩形，就像下面的五邊形可以切成一些三角形，一個一個切下來，也可以一個一個拼回去。



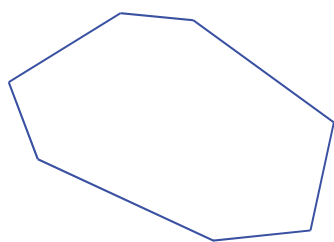
- (1) 請將下面的多邊形切成一些三角形，盡可能用不同的方式切切看。



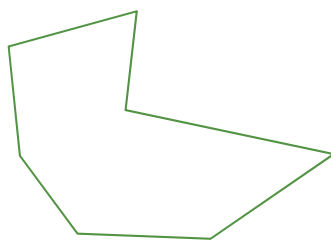
- (2) 請利用三角形內角和 180° 計算出四邊形和五邊形的內角和。



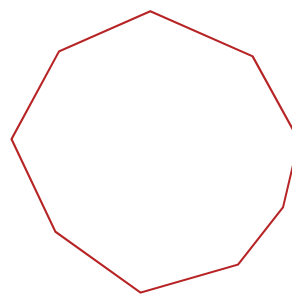
(3) 請計算下面這三個多邊形的內角和。



凸 7 邊形

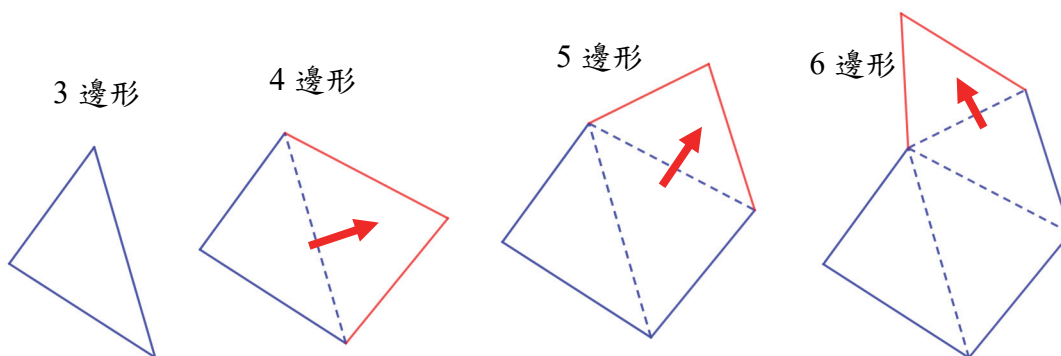


凹 7 邊形



凸 9 邊形

(4) 我們來觀察，當 3 邊形其中一邊往外拉，增加為 4 邊，再往外拉增為 5 邊、..更多邊形時，它的邊數和三角形的個數關係。



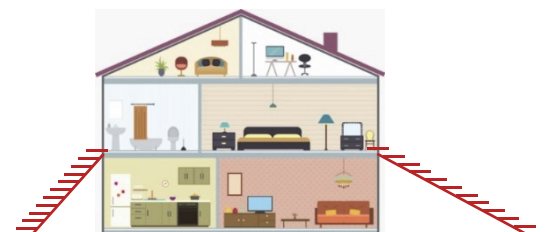
? 邊形	3	4	5	6	7	100	n
邊數	3	3-1+2	4-1+2	5-1+2			
三角形的個數	1	2	3				

測試一下，你目前使用的課桌有沒有搖晃呢？如果有，是什麼原因呢？有時候我們為了使桌子不搖晃的做法是在桌腳墊張紙，這樣的做法是想調整什麼呢？再看看右邊抬擔架的圖片，怎麼抬才能讓患者感到最舒適呢？

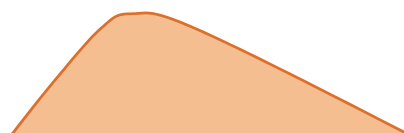


動動筆想數學

1. 請看下圖，如果左右兩邊的樓梯**階數相同但陡度不同**的樓梯，那麼，從左邊樓梯爬 6 階跟從右邊樓梯爬 6 階，所上升的高度會一樣嗎？



2. 如右圖，如果山的左側和右側都有階梯，且階數都相同，那麼，如果從左側上山 200 階和右側上山 200 階，所到達的高度會一樣嗎？



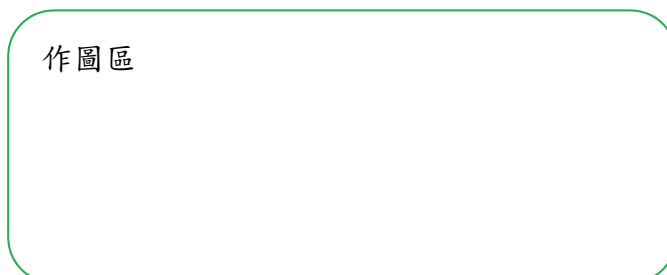
3. 左圖和右圖中兩條粗黑的直線有沒有互相平行？你是怎麼判斷的？



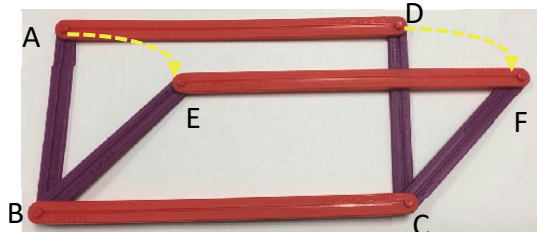
4. 請將第 3 題沒有互相平行的直線調整成可以互相平行，請直接畫在圖形上。
5. 下方有 2 個線段，請你再增加 2 個線段，讓這 4 個線段可以形成一個平行四邊形並畫出來。(可用顏色區分原來的和你自己加的線段，或者使用扣條實際操作)



作圖區



6. 我們利用 4 根扣條組成一個長方形 ABCD，ABCD 四個頂點都是可以轉動的軸心，如果我們將長方形 ABCD 連動成四邊形 EBCF：



- (1) 請問四邊形 EBCF 是平行四邊形嗎？為什麼呢？

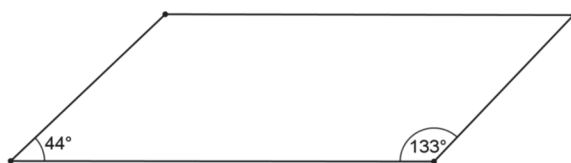
- (2) 請觀察並寫下，從長方形 ABCD 轉動變成四邊形 EBCF 的過程中，有哪些是不變的？有哪些地方變了？
(可能是角、邊、面積…等)

- (3) 如果 $\angle ABE = 47^\circ$ ，請問 $\angle EBC$ 、 $\angle DCF$ 各是幾度？

- (4) 如果 $\angle ABE = 47^\circ$ ，請問 $\angle BCF$ 是幾度？

- (5) 你可以看出 $\angle ABE$ 和 $\angle BCF$ 這兩個角的角度關係嗎？請寫出它們的關係。

7. 右邊這個四邊形是平行四邊形嗎？為什麼呢？



- ★(1) 兩條直線平不平行，是怎麼判斷的呢？ _____
(2) 平行四邊形的特徵有哪些呢？ _____

◎概念一：圓

動動筆想數學

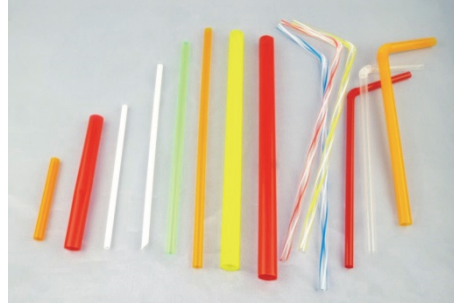
1. 圓是具有什麼特徵的形狀呢？它的特徵可以用在什麼地方呢？
2. 如果不使用圓規和有圓形的器具，我們還可以用什麼工具來畫圓？請勾選你覺得可以拿來畫圓的工具。

 ☐	 ☐	 ☐	 ☐
 ☐	 ☐	 ☐	 ☐

3. 屏東小琉球有個烏鬼洞可以讓人鑽進去洞裏感受伸手不見五指的感覺，在還沒有進去之前，你會怎麼判斷自己可不可以進到洞裏呢？



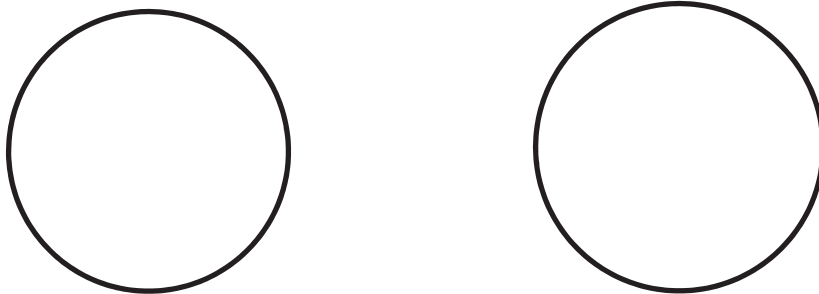
4. 哪一個水壺的瓶口出水量會比較大呢？
如果喝珍珠奶茶想吸到波霸粉圓，是不是要用粗一點的吸管呢？



5. 下面有兩塊 Pizza，哪一塊比較大呢？
我們可以量 Pizza 的哪個地方來比出它們的大小呢？



底下這兩個圓，哪一個比較大？可以比哪裏呢？



- ★從直觀來看，圓的大小可以比較圓的 _____。
- 若圓愈大它的圓周長也愈長，所以，我們可以用單位圓的放大縮小得到任何圓的大小。

重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>