# 數學新世界教師種子生根計畫

# 共備種子講師暑期培訓營

## 中區國小組

# 學員手冊

**培訓期程：107年7~8月**


主辦單位：教育部國民及學前教育署
承辦單位：國立彰化師範大學數學系
計畫電話：(04)7232105#3288
計畫信箱：nhmath@nhmath.com
計畫地址：500彰化市進德路1號數學系
計畫官網：http://tw.newhorizonofmathematics.com

# 共備種子講師暑期培訓營 課程表

| 第 2 區-中區 國小組 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 教室：國立彰化師範大學數學系 21109 教室　　助教:(傅世雄)林育帆<br>計畫主持人：施皓耀副教授<br>主持人：白晨如講師 | | | | |
| 時間 | | 時數 | 課程 | 講師 |
| 7/14(六) | 08:40-08:55 | 報到 | | |
| | 09:00-10:30 | 2 | **平面圖形與面積** | 白晨如 |
| | 10:40~12:10 | 2 | **對稱圖形、統計圖表** | 許瑜庭 |
| | 13:00~14:30 | 2 | **怎樣解題** | 鄭盧怡君 |
| | 14:40~16:10 | 2 | **等量公理** | 許瑜庭 |

| 第 2 區-中區 國小組 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 教室：國立彰化師範大學數學系 21109 教室　　助教:林育帆<br>計畫主持人：施皓耀副教授<br>主持人：陳梅仙講師 | | | | |
| 時間 | | 時數 | 課程 | 講師 |
| 7/15(日) | 08:40-08:55 | 報到 | | |
| | 09:00-10:30 | 2 | **整數與小數四則運算** | 曾秀華 |
| | 10:40~12:10 | 2 | **分數與分數四則運算** | 許雅嵐 |
| | 13:00~14:30 | 2 | **因數倍數** | 陳梅仙 |
| | 14:40~16:10 | 2 | **比、比值與比例** | 陳梅仙 |
| | 16:10~17:00 | 1 | **考評** | 陳梅仙 |

■務必全程參與(採上午簽到、上午簽退；下午簽到、下午簽退)
嚴禁代簽。

# 共備種子講師暑期培訓營 考評需知

■資格：修畢 16 小時課程，方得參加認證考評，否則視同放棄。

■考評：

(一)培訓課程第二天 16:10~17:00 完整填寫回饋表單，當天繳回。

(二)完整書寫各單元課程講義記錄，將共備培訓學員手冊**於 107/8/15(三)郵戳為憑(掛號)**，寄回數學新世界教師種子生根計畫審核(逾期不候)，屆時認證聘書與學員手冊一併寄回。

※本培訓課程第 1-4 區完整錄影，預計 107/7/31(二)前上傳至數學新世界官網。

| 參與認證，請將學員手冊寄回 |
| --- |
| **500 彰化市進德路 1 號數學系**<br>**04-7232105#3215**<br>**數學新世界教師種子生根計畫 收** |

**■認證申請：(請正楷填寫以下資料)**

**一、姓名：**_____

**二、手機：**_____

**三、任職學校(全銜)：**_____

**四、身分別(擇 1)：** □專任教師 □代理教師 □代課教師 □其他

**五、郵寄地址：**□□□－□□

# 課程：平面圖形與面積

講師：白晨如

# 平面圖形



## 一、反思問題

1. 什麼是形？

2. 變形，是因為什麼變了而產生形的改變？

3. 角，是一個形嗎？如果是形，我們怎麼描述它？

4. 我們用 90 度角來說兩直線的垂直，有沒有更直覺的說法呢？

5. 課本定義平行為「兩條直線之間一樣寬」(康軒版)，我們還可以怎麼說而對平行更有感覺呢？

6. 內角和外角是怎麼區別的呢？

7. 三角形內角和有可能不是 180 度嗎？

8. 在平面上，四邊形的類別是怎麼被區分的呢？

9. 我們知道該怎麼談圓周率才可以讓學生更清楚它是直徑和圓周的比值，以及知道它的用處為何？

10. 我們在什麼地方最常用到扇形？談扇形的核心想法是什麼？

## 二、核心概念

1. 幾何的核心本質

2. 垂直

3. 平行

4. 歐基里德平面的幾何性質

_____

_____

5. 概念發展的多邊形內角和

_____

_____

6. 圓周率

_____

_____

7. 扇形

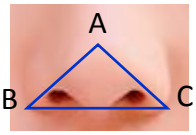
_____

_____

## 三、概念發展脈絡

1. 感覺什麼是形，幾何的核心本質

*我們試著利用三角形來感覺鼻子的形狀，請問甲、乙、丙哪一個鼻子比較挺呢？哪一個歪了呢？




甲：AB 是 2 cm、AC 是 2 cm、BC 是 2 cm

乙：AB 是 2.5 cm、AC 是 2.5 cm、BC 是 3 cm

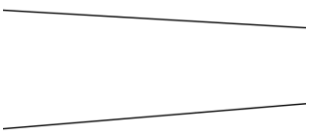
丙：AB 是 2.5 cm、AC 是 2 cm、BC 是 3 cm

2. 垂直與平行

*路燈被颱風掃歪了，要麼做才能把它扶正(什麼是扶正?)，如果想把修理它，該如何擺平呢(什麼是擺平)？

*平行線和不平行線有什麼不同？你可以找到幾種講法？

平行線



不平行線

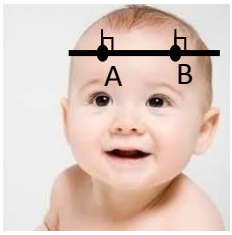
3. 歐基里德平面與非歐幾何的三角形

*我們來做個實驗

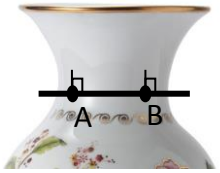
請在下面不同的物體表面，先拉出一條直線 AB，然後試著貼著物體的表面拉出通過 A、B 兩點並垂直直線 AB 的兩條直線（一定要拉緊喔），猜猜看！會有什麼結果呢？將您猜測的答案畫在下方圖形上。

(1)圓柱面(保溫杯)

(2)球面(頭)




(3)脖子(花瓶上方)曲面




4. 特殊四邊形

*平平和安安分別使用相同的的 4 根竹筷子做出一個四邊形，你覺得他們做出來的四邊形會一樣嗎？□會 □不會

*請你使用橡皮筋和一些竹筷子綁出一個四邊形，而且想辦法讓這個四邊形的形狀不會因為拉扯而改變。

5. 圓、圓周率

*試著徒手畫一個圓，在畫圓的過程，你會儘量怎麼畫，好讓你畫的圓比較圓？

*猜猜看！一般的保溫杯，如果用繩子繞瓶子一圈的長度和瓶身的高，哪一個比較長？

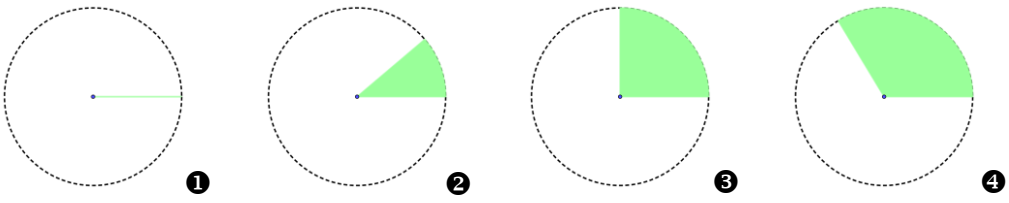
□瓶子一圈 □瓶身的高

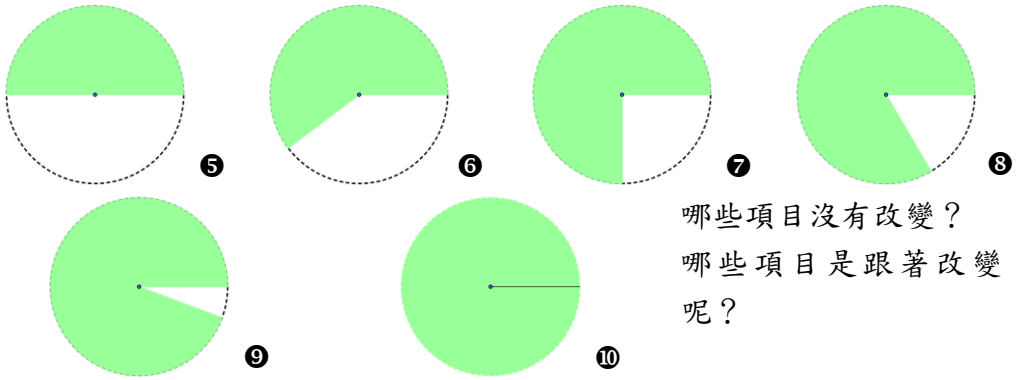
實際拿一個水壺和繩子實驗看看！

驗證一下你的猜測，你猜對了嗎？

6. 扇形

*請觀察下面扇形從圖(1)~圖(10)：






哪些項目沒有改變？
哪些項目是跟著改變呢？

## 四、觀摩、討論與修改

1. 參考影片

💻數學新世界-CA 談數學-20180521 臺東縣初鹿國中 圓 平面幾何 立體幾何
💻數學新世界-CA 談數學-歐基里德的內角與外角 20180330 (湖北武漢觀摩課)
💻數學新世界-CA 談數學-圓周率與圓面積 20171016 (臺東縣大南國小) PART1
💻數學新世界-CA 談數學-尺規作圖 20170405 (屏東生根鶴聲國中) PART1
💻數學新世界-CA 談數學-尺規作圖 20170405 (屏東生根鶴聲國中) PART2
💻數學新世界-CA 談數學-20161028 僑孝小五 平面圖形-平行四邊形 part1
💻數學新世界-CA 談數學-20161028 僑孝小五 平面圖形-平行四邊形 part2
💻數學新世界-CA 談數學-20160930 僑孝小五 平面圖形-多邊形內角和 part1
💻數學新世界-CA 談數學-20160930 僑孝小五 平面圖形-多邊形內角和 part2

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 面積

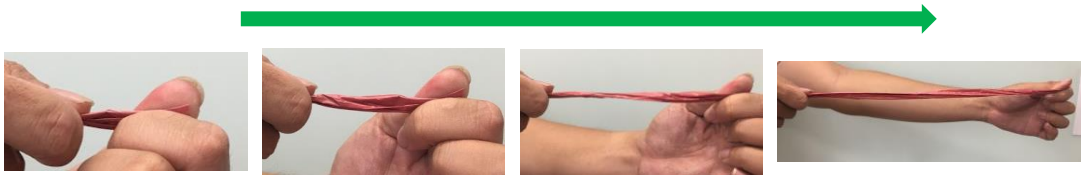


## 一、反思問題

1. 什麼時候我們需要計算面積的大小？
2. 什麼時候我們會用「幾×幾」來說面積的大小？什麼時候我們會用一個數值來說面積的大小？這兩種說法的差別在哪？
3. 如果不直接計算，通常我們是如何比較兩張紙的大小？
4. 在平面上的多邊形中，矩形的面積是最容易求算的，如何透過矩形面積來得知平行四邊形、三角形、梯形與圓形的面積？
   怎麼樣說明引導會比較有意思呢？
5. 學生在計算平行四邊形和三角形的面積時，最大的困難是不知道高在哪裡，想一想，有哪些生活經驗可以輔助看到高在哪裡？

## 二、核心概念

1. 想算面積的需求在哪？
   從感覺兩個面的大小，再進入到因為不好比而想精算面積實際的大小。
2. 面積的比較
   從面積的比較，發展以單位面積做為比較面積的基準的概念。
3. 面積的「積」
   長度是依測量的基準度量而得的，而面積和體積都是計算而得的。
   我們可以透過長長度、長面積和長體積的操作而對面積更有感覺。



有沒有感覺到，塑膠繩是怎麼長出來的？是很多點嗎？長出長度。

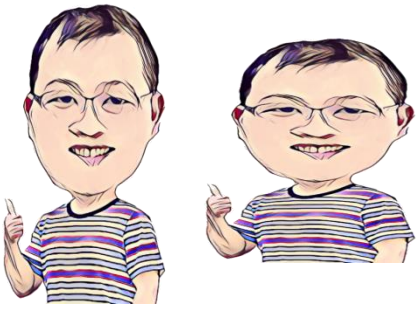
有沒有感覺到，課本是怎麼長出來的？是很多條線嗎？長出寬度。

有沒有感覺到，箱子是怎麼長出來的？是由面一層一層拉高的嗎？

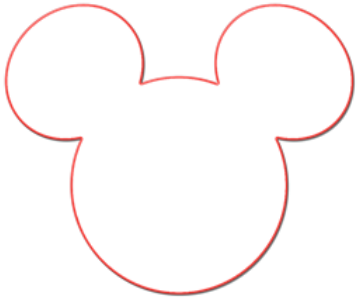
## 三、概念發展脈絡

1. 求算面積的需求

(1) 這兩位兄弟，誰的臉比較大呢？□左邊的 □右邊的

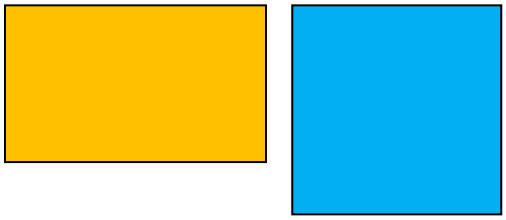


(2) 米老鼠的兩個耳朵會比臉還大嗎？□會 □不會

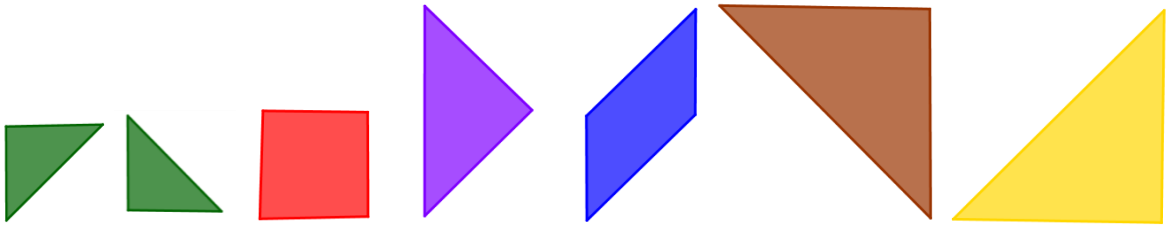


(3) 你家有幾張床呢？每張床有多大呢？我們可以怎麼知道床的大小呢？找幾個人躺躺看？找報紙鋪一鋪？你有什麼想法嗎？

(4) 這兩張色紙，哪一張色紙比較大張呢？ □橘色的 □藍色的



(5) 這裡有很多七巧板積木，有五種版型，每一種積木都有好多個，請你發揮創意排出一個有趣的圖形！比比看！誰最有創意！

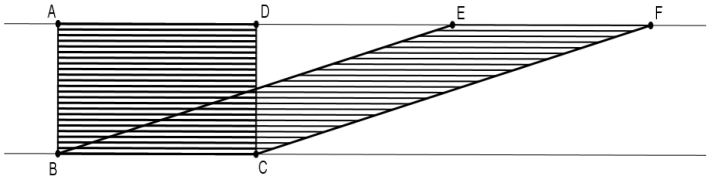


2. 從矩形的面積到平行四邊形、三角形和圓形的面積

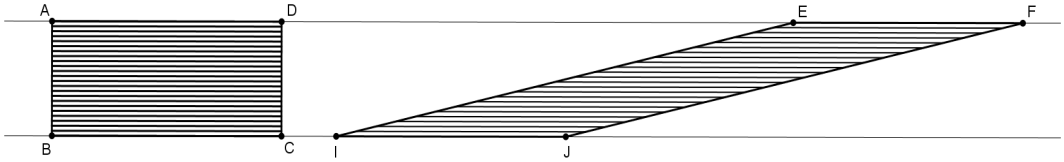
(1) 將一本一本的書疊起來，這些書的書背可以疊出長方形。

我們知道長方形的面積是長×寬，用書本來看的話是（書背長度）×（書本疊起來的厚度）。

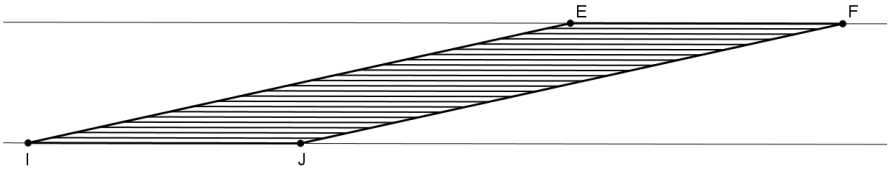
(2) 將書本向右傾斜可以疊出平行四邊形，這個平行四邊形的面積怎麼算呢？



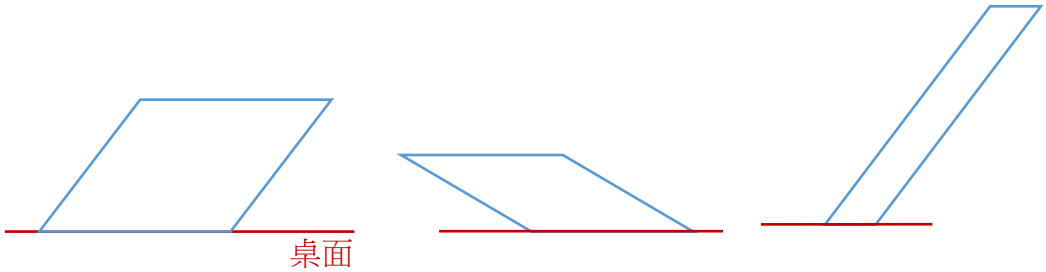

(3) 平行四邊形 EIJF 的高在哪裏呢？請把它畫出來。



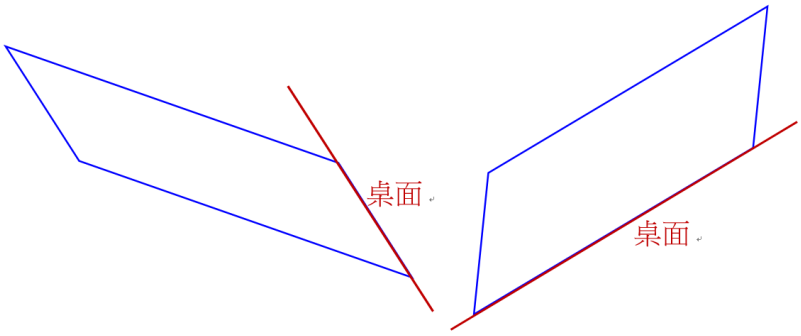

(4) 下面是書本所疊起來的平行四邊形示意圖，請你畫出這些書本堆疊整齊後的長方形。



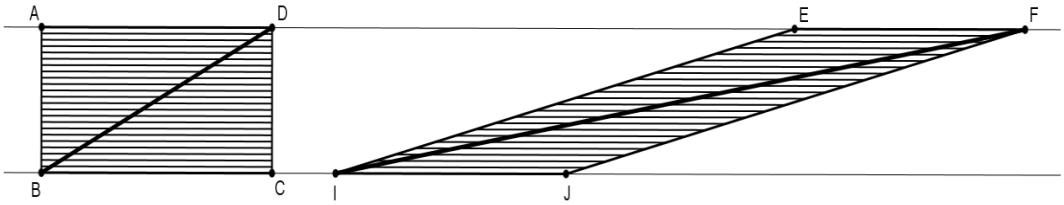

(5) 請試著畫出下方每個平行四邊形的高，想一想把平行四邊形〝回正〞。



(6) 請畫出疊出下面平行四邊形的書本的厚度，也就是平行四邊形的高度。



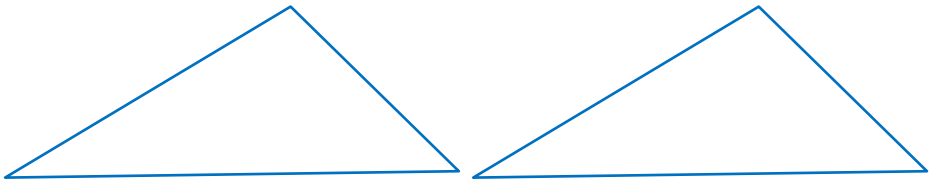

(7) 我們將長方形 ABCD 的 B、D 兩點相連畫出對角線，對角線將長方形分割出兩個一模一樣的三角形；那麼，平行四邊形的對角線也可以將平行四邊形分割成兩個一模一樣的三角形嗎？試著說明它的理由。



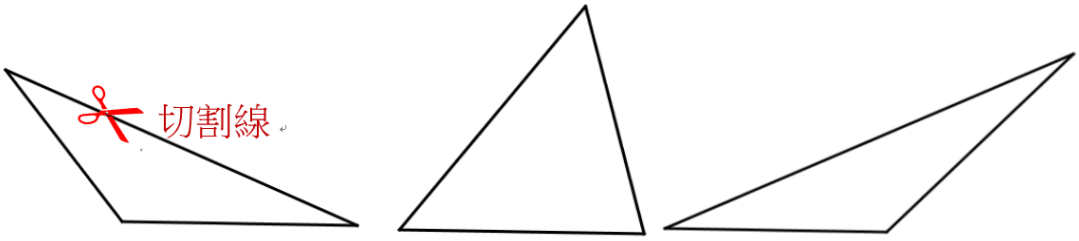

(8) 下面這兩個一模一樣的三角形可以拼出一個平行四邊形嗎？

請你實際用紙張做出兩個一模一樣的三角形，然後拼拼看。

註：可以思考當初平行四邊形是怎麼被切成兩個三角形的？從哪裡切割就從哪裡拼回去！



(9) 下面這些三角形是由平行四邊形切出來的，請畫出它們原本完整的平行四邊形。



(10) 小美今天買了一個大蛋糕慶生，後來蛋糕沒有吃完想把它用盒子裝起來讓客人一人帶 2 塊回去，請你畫畫看怎麼裝才好呢？

想一想，一個圓形的面積可以怎麼利用長方形去計算出來呢？
怎麼做可以算得更精準呢？

## 四、觀摩、討論與修改

1. 參考影片

💻數學新世界-CA 談數學-20180207 雲林縣維多利亞中學 面積 part1

💻數學新世界-CA 談數學-20170106 僑孝小五 平面圖形-面積 立體圖形-表面積 小數 PART 1

💻數學新世界-CA 談數學-20170106 僑孝小五 平面圖形-面積 PART 2

💻數學新世界-CA 談數學 20161104 僑孝小五 平面圖形-三角形與平行四邊形的面積 part1

💻數學新世界-CA 談數學 20161104 僑孝小五 平面圖形-三角形與平行四邊形的面積 part2

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 課程：對稱圖形、統計圖表

## 講師：許瑜庭

# 對稱圖形

想法源自：CA、白晨如、陳梅仙

國小單元共備單設計者：許瑜庭

一、單元相關名詞：

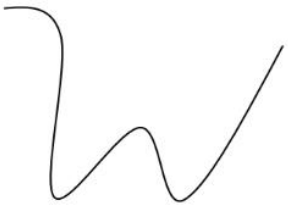
圖形、對稱、對稱軸、線對稱、點對稱

二、反思提問：

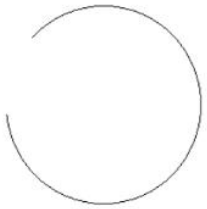
1. 什麼是圖形？圖形有什麼作用？

2. 這些圖像算不算是「形」？

□算 □不算



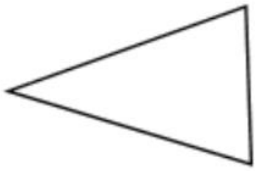
□算 □不算



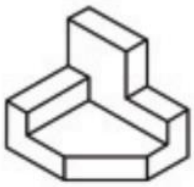
□算 □不算

木

□算 □不算



□算 □不算



□算 □不算

2. 如何能拍出在「人在景色正中間的照片」？(想法來自陳維民老師)

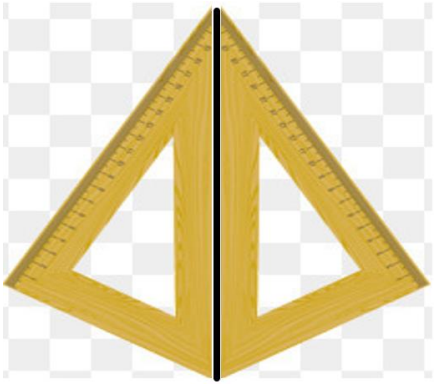
3. 什麼是對稱？
   對是什麼？稱是什麼？

4. 對稱圖形中，為何使用「對稱軸」，而不用「對稱線」？

5. 一個圖形上能找出一條直線，
   使得圖形沿著此直線對折之後能夠完全重疊，
   此種圖形稱為線對稱圖形，
   而對折的這條直線稱為對稱軸。

   有沒有更有味道的說法？

   對稱軸有沒有更貼切的說法？



三、核心概念：

1. **對稱核心概念**
   稱，ㄔㄥㄟˋ，適合、相當、足夠。
   秤，天平、公平。

2. **軸核心概念**
   旋轉。

3. **對稱圖形核心概念**
   (1)一個圖形如果能找到至少一條翻轉的軸線，讓軸線兩邊的圖形完全疊合，
   就是「線對稱圖形」。

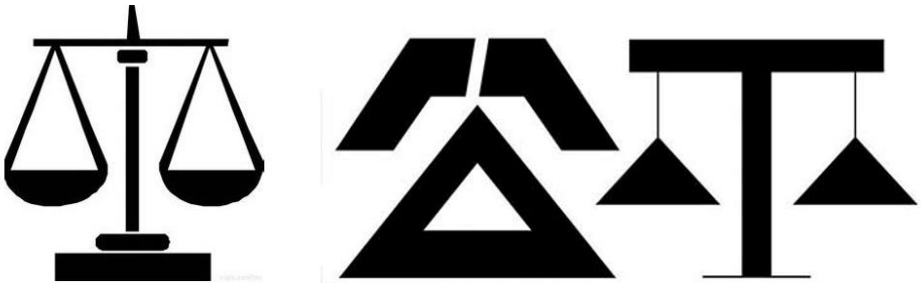
   (2)一個圖形，繞著旋轉中心轉了 180 度，和原來的圖形能完全疊合，
   稱為「點對稱圖形」。

四、概念發展脈絡

1. **對稱**

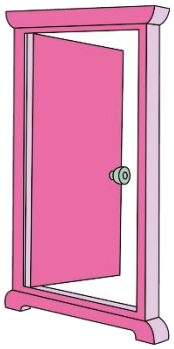
稱，ㄔㄥˋ，適合、相當、足夠。

▶ 秤



2. **對稱軸**

旋轉　翻轉　平移

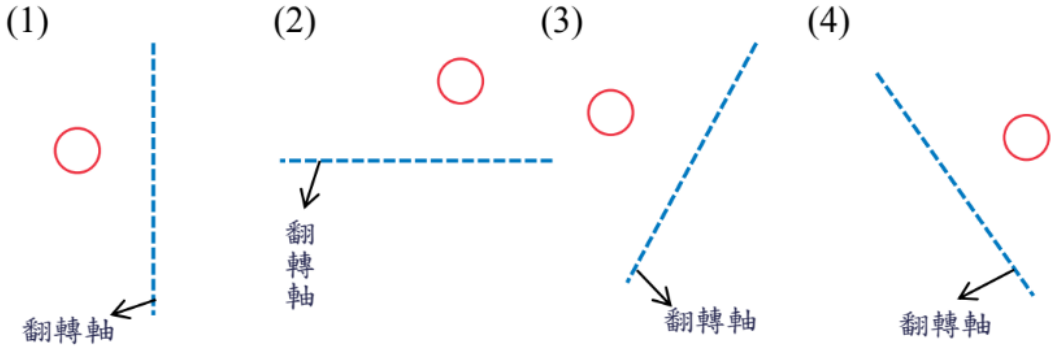


3. **對稱圖形**

(1)一個圖形如果能找到至少一條翻轉的軸線，
讓軸線兩邊的圖形完全疊合，
就是「線對稱圖形」。

例如：剪紙、羅夏克墨漬測驗。

(2)下方圖形各有一條對秤軸，
請試著在對秤軸的另一邊畫出一模一樣的圖形。



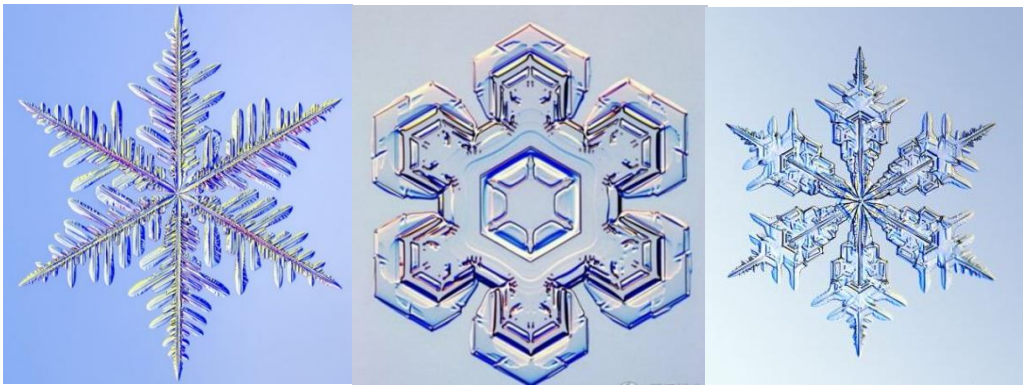
(2)一個圖形，繞著旋轉中心轉了 180 度，
和原來的圖形能完全疊合，
稱為「點對稱圖形」。

例如：風車。

(3)對稱圖形有一種和諧、舒適的感覺，以及看到部分和整體的關係。

a. 來自美國攝影師 SEPEHR GHASSEMI 極致對稱的建築風光攝影作品

b. 大自然中的對稱圖形



五、評量

下面哪些圖形是線對稱圖形？哪些是點對稱圖形？

線對稱圖形：＿＿＿＿＿＿＿＿；點對稱圖形：＿＿＿＿＿＿＿＿。

①　②　③　④　⑤　⑥

六、觀摩、討論&修改

1. 參考影片

對稱圖形

數學新世界--CA 談數學--20170317 僑孝國小 五年級 對稱圖形 PART 1

數學新世界--瑜庭談數學--20180209 雲林縣數學生根教學國小領域教學共備人才培訓 part1

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 統計圖表

想法源自：CA、白晨如、陳梅仙

國小單元共備單設計者：許瑜庭

一、單元相關名詞：

資料、統計、圖、表、長條圖、折線圖、圓形圖、圓形百分圖、省略符號

二、反思提問：

1. 如果你是一家飲料店老闆，你會在意那些有關營運的大小事？

2. 想要了解某些事情，必須蒐集很多資料來得知，
   而一筆資料，伴隨著幾個訊息？

3. 當資料很多時，讀取資料中的訊息是不方便的，這時該如何處理這些資料？

4. 在編排這些資料時，背後是什麼樣的想法？

5. 一定要畫成圖才能呈現資料嗎？一定要畫成表才能呈現資料嗎？

6. 將資料畫成圖有什麼好處？將資料彙整成表亦能帶來什麼效用？

7. 一樣的資料可以同時畫成長條圖、折線圖、圓形圖嗎？
   你會怎麼選擇？選擇的理由是什麼？

三、核心概念：

1. **統計核心概念**
   根據什麼樣的想法，來去做資料的編排。
   根據需求畫出不同的圖表，就稱為統計圖表。
2. **長條圖核心概念**
   每個項目的大小。
   項目之間大小的比較
   項目之間的位置，可以/不可以調換先後順序。
3. **折線圖核心概念**
   彎彎曲曲、曲曲折折、高低起伏。

四、概念發展脈絡

1. **統計**

資料整理。

1 筆資料，包含____個訊息

根據什麼樣的想法，來去做資料的編排。

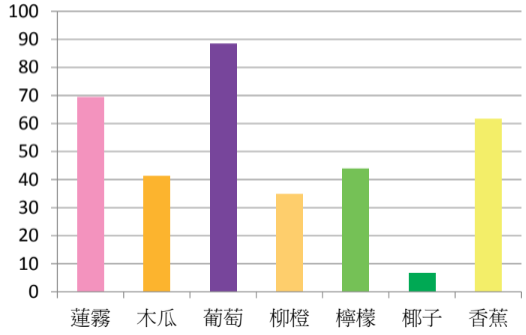
想讓大家看到什麼，關心什麼。

2. **長條圖**

(1)下面是 2017 年 3 月公告各種水果每公斤的價格(單位：元)，

請根據圖表回答下列問題：

| 蓮霧 | 木瓜 | 葡萄 | 柳橙 | 檸檬 | 椰子 | 香蕉 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 69.39 | 41.13 | 88.33 | 34.79 | 43.83 | 6.61 | 61.54 |




a. 香蕉每公斤的價格是多少錢？

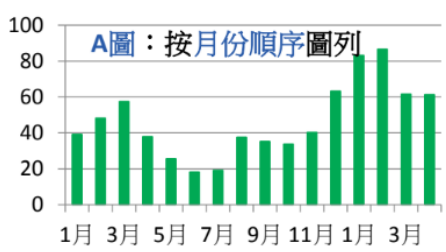
b. 哪一種水果的價格最便宜呢？

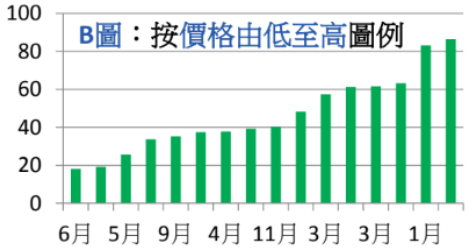
c. 如果將表格內的水果重新任意排列，是否會影響前面兩題的作答呢？

(2)下面的圖表是從 2016 年 1 月到 2017 年 4 月，香蕉每公斤的價格，

請根據圖表回答下面問題：

| 月份 | 1月 | 2月 | 3月 | 4月 | 5月 | 6月 | 7月 | 8月 | 9月 | 10月 | 11月 | 12月 | 1月 | 2月 | 3月 | 4月 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 價格 | 39.17 | 48.2 | 57.33 | 37.79 | 25.58 | 18.12 | 19.12 | 37.46 | 35.17 | 33.66 | 40.25 | 63.19 | 83.08 | 86.46 | 61.54 | 61.19 |




a. 香蕉的價格在 2016 年 12 月時是多少錢？你是從表格還是圖形看來的？

b. 香蕉的價格在哪個月份是最貴的？你從 A 圖還是 B 圖看來的？

c. 如果將表格內的月份順序重新任意排列，
我們容易看出每個月的價格變化嗎？

d. 如果把長條圖改成折線圖，你覺得它們差別在哪裡？
有沒有不一樣的感覺？
看長條圖時你會在意什麼？
看折線圖時你會在意什麼？

e. 把長條圖的月份順序隨意變換後，再畫成折線圖有沒有影響呢？

※資料如果用「長條圖」呈現，就像排排站的人，有高有低，位置可以交換。
※折線圖就像連綿的山稜線，有高有低，有陡有緩，位置不可以交換。

3. **圓形圖**

用圓來表示全體，以百分率來看整個圓代表_____，
而扇形則是圓的一部分，就像圓圓的披薩拿取其中一塊。

五、評量

※只想比大小，使用_____，資料是否有順序不重要，可以任意排。

※想看變化，使用_____，資料必須有順序才能夠看變化。

※想看部份跟整體的關係，使用_____。

六、觀摩、討論&修改

1.參考影片

統計圖表

數學新世界--CA 談數學--20170512 僑孝國小 六年級 統計圖表 part1

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

課程：怎樣解題

講師：鄭盧怡君

20180708 怎樣解題-共備單　　想法源自：CA　學員兼講師：鄭盧怡君

一、單元名稱：怎樣解題

二、反思提問：

(一)你覺得「怎樣解題」單元中，較著重於哪幾個字？

(二)那些計算是「有想法的計算」，那些計算又是「沒有想法的計算」，這兩個差別在哪裡呢？

(三)間隔問題中，兩端(不)種樹要+1(-1)，+1(-1)的意思是加(減)什麼？

(四)間隔問題中，學生自然的種樹想法是先種在算？還是先算再種？

(五)隊形問題中，你有幾種解題方法？哪一種妳覺得較貼切學生的想法？

(六)排出一個空心正方形的隊形，為何不能用正方形的周長概念來將總人數/4 得到每邊人數呢？

(七)和差問題中，甲比乙多 10，甲給乙 10 之後，怎麼不會一樣多？

(八)除了線段圖，還有沒有其他表徵能幫助理解和差問題？

(九)雞兔問題中，先決定雞的數量與先決定兔子的數量會影響解題的想法嗎？

(十)透過表格可以直接找出雞兔問題的答案，還可以發現什麼？

(十一)年齡問題中，***當***xx 幾歲時…，句子中的***當***代表什麼？

(十二)年齡問題中，那些東西會變？那些不會變？

(十三)小芯走路的速率是 60 公尺/分，可以用 1 秒/公尺來表示嗎？

(十四) 順流速率=船速+河流流速？可以用哪一種生活上的例子來跟學生說明會更有感受？

(十五)追趕問題中，同時”相向”學生可以理解這詞義嗎？？有沒有更適切的說法？

(十六)規律問題中，學生較容易感受到的第一個圖是？計算上較好算的第一個圖是？

(十七)怎樣解題各式問題中藏著什麼樣的規律或變化？

三、核心概念：

(一)間隔問題：一刀兩斷(段)。

(二)找規則：餘數、列數、總量。

(三)隊形問題：圖形基本概念、計數方式、分割、重複。

(四)雞兔問題：2 物共同有的、2 物間的差異。

(五)和差問題：”一樣多”怎麼分。

(六)年齡問題：差不變、倍數隨年齡增加而遞減、n 年前(後)，2 者年齡同+n(-n)。

(七)追趕問題：速率、方向。

(八)圖示：題意理解清楚後如何表徵才能將想法清楚的一步驟一步驟表示出來。

(九)代數：透過簡化問題講解題想法建構起來後，將未知數以代數放入算式中，可以用天平、蹺蹺板的想法找出未知數。

四、概念發展脈絡：

以<數學新世界 六年級數學 K-12 核心概念 單元十二 怎樣解題>說明以隊形問題舉例：

(一)讀懂題目，找出已知與未知間的關係，用圖像、反推、簡化數字…來表示題目或找出規律。

(二)可以用幾種方法(策略)解決問題，找出貼切的方法。

(三)解題歷程應該如何鋪陳。

(四)學生要記錄那些資訊。

(五)相似概念的題目以評量學生學習成效。

五、觀摩、討論&修改

(一)參考影片：

1. 數學新世界--CA 談數學--20180312 臺東縣大南國小 六年級怎樣解題 part1&part2
2. 數學新世界--CA 談數學--20180516 連江縣東引國小小六 如何解題 part1&part2
3. 數學新世界--CA 教數學--20180514 臺東縣大南國小 入班教

學 六年級 年齡問題 part1&part2

4. 數學新世界--CA 談數學--20170428 僑孝國小 六年級 關係式與方程式 part1&part2
5. 數學新世界--CA 談數學--20170224 僑孝國小 六年級 怎樣解題-數線 規律 part1&part2
6. 數學新世界--CA 談數學--20180314 彰化縣豐崙國小 怎樣解題 part1&part2

(二)針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析和調整。

(三)找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 課程：等量公理

# 講師：許瑜庭

# 等量公理

想法源自：CA、白晨如、陳梅仙

國小單元共備單設計者：許瑜庭

一、單元相關名詞：

關係、關係式、未知數、等量公理、列關係式求未知數

二、反思提問：

1. 什麼是數學？數學的主要活動是什麼？數的作用是什麼？數有什麼功能？算，與數學的關係是？

2. 要如何求得未知？已知為何？
已知和未知的關係是？已知和未知的關係式是？

3. 解題是為了算出答案？
利用每次解題(新題幹/背景/情境)再一次發展數學概念，重新建構數學知識？

4. 移項，往往被使用在計算等量公理中，操作過程的想法是什麼？適切嗎？用「比與單位化」的操作是否更為恰當？更能延伸至國高中，甚至大學？

三、核心概念：

1. **數學核心概念**
數學主要活動為「計算」，從「已知」推演計算出「未知」。

2. **關係核心概念**
(1)從「已知」推演計算出「未知」，並從中了解已知與未知的「關係」。
(2)有了明確的關係，從中可以了解：當妳是什麼的時候，我是什麼。
(3)透過觀察項目和項目的變化，透過驗證後得知它們互有的「關係」。

3. **關係式核心概念**
(1)想求出「未知數」，
利用「關係符號」和「已經知道的數」扯上「關係」，寫出「關係式」
(2)數學關係符號：＝、≠、＞、＜、≥、≤。

4. **等量公理核心概念**
我跟你一樣時，我做什麼你也跟著做什麼，但我們之間的關係不改變。

四、概念發展脈絡

**關係式**

1. 關於長方形…

(1)一個長方形的寬有 5 公分，請問長方形的長有多長呢？

□可以知道　□無法知道

(2)一個長方形面積為 35 平方公分，請問長方形的長有多長呢？

□可以知道　□無法知道

(3)一個長方形面積為35平方公分,且寬為5公分,請問長方形的長有多長呢？

□可以知道　□無法知道

(4)請將「長方形的長」、「長方形的寬」、「長方形的面積」這三個項目，填入空格中且符合彼此的關係。

長方形的長　×　＿＿＿＿＿＿＿＿　＝　＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿　÷　長方形的長　＝　＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿　÷　＿＿＿＿＿＿＿＿　＝　長方形的長

2. 依據下面敘述在空格中填入最適當的關係符號：

＝、≠、＞、＜、≥、≤。

(1)弟弟的體重已經超越爸爸了；弟弟的體重＿＿＿＿爸爸的體重。

(2)阿嬤的錢已經夠去買 Dyson 吸塵器了；阿嬤的錢＿＿＿＿Dyson 吸塵器的價錢

**未知數**

1. 請在空格中填入正確的數字，並將你的計算方式寫出來。

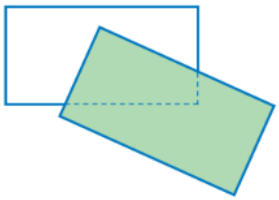
(1) □+3＝12　(2) □−3＝12　(3) □×3＝12　(4) □÷3＝12

2. 用 $x$ 來取代□，請計算出 $x$ 所代表的數字，並將你的計算寫出來。

(1) $x$ +3＝12　(2) $x$ −3＝12　(3) $x$ ×3＝12　(4) $x$ ÷3＝12

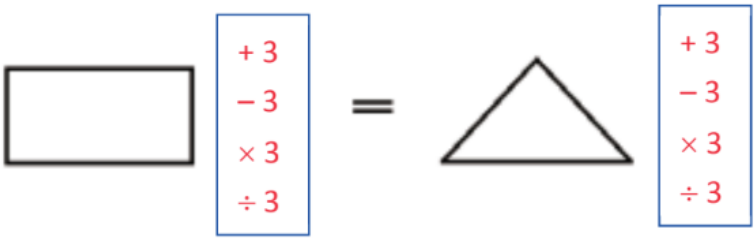
**等量公理**

1. 兩張一模一樣大小的紙張，一張是白色的，一張是綠色的，
   這兩張紙有一些部分是重疊的。
   請問沒有重疊到的白色紙張部分和沒有重疊到綠色紙張部分，
   它們的面積會相等嗎？為什麼？

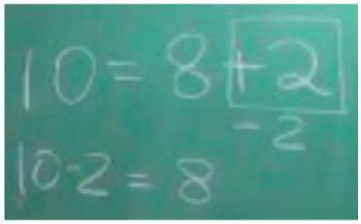


2. 大寶和小寶身上都沒有錢，媽媽各給大寶和小寶 200 元後，
   它們身上的錢會一樣多嗎？
   後來，大寶花了 70 元買了一個排骨便當，小寶花了 70 元買了一個雞腿便當，
   這時候他們身上的錢還是一樣多嗎？

3. 如果等號的兩邊是相等的，我們在等號的兩邊同時做任意且相同的運算之後，
   它們還是會維持相等嗎？




4. 觀察圖片中的兩個算式，
   本來是 10＝8+2 後來變成 10−2=8，
   本來算式右邊的「＋」後來到算式左邊後變成「－」，
   請你試著描述這個過程的道理是什麼？




5. 觀察右列算式：　★+ @ ＝ ♡ + ♡ + @
   請問★和♡的關係是什麼？
   一個★是幾個♡？
   一個♡是幾個★？

五、評量

1. 5個$x$+10＝1個$x$+26

2. 5×□+4×★＝35

又1×□+1×★＝9，試著說明□是多少？而★又是多少？

六、觀摩、討論&修改

1.參考影片

等量公理

數學新世界--CA談數學--20161209 僑孝國小 六年級 等量公理 part 2

數學新世界--CA談數學--20170929 高雄市教育輔導團 part2

未知數

數學新世界--CA談數學--20171222 高雄市國教輔導團 小數、變數、未知數

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

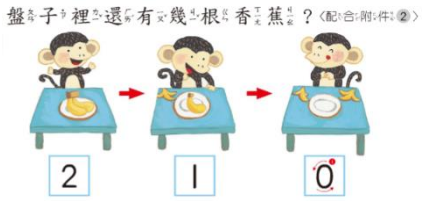
# 課程：整數與小數四則運算

## 講師：曾秀華

20180701 整數與小數的四則運算共備單　　想法源自：CA　設計者：陳梅仙

一、單元名稱：整數與小數的四則運算

二、反思提問：

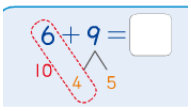


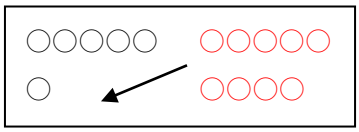

1.為什麼會需要用到「0」這個數字？為什麼任何數乘以「0」就等於「0」？

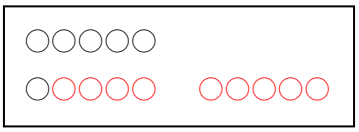
2.從 1 數到 10 是「排序」、「加 1」、還是？

3.四則運算當中的「+」、「－」、「×」、「÷」符號分別所代表的意義是什麼呢？

4.「6+9=15」的計算想法哪一種比較自然？哪一種可以和「15-9=6」教法比較一致呢？怎麼讓學生可以接著數數，而不是重頭數數？



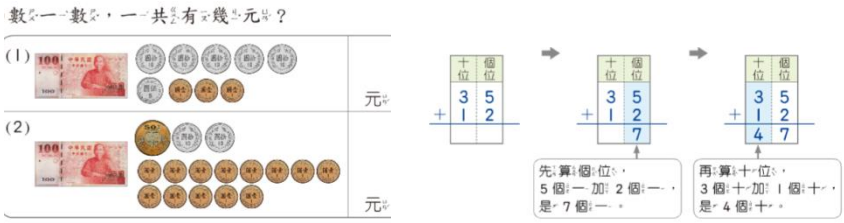





5.買 1 台玩具貨車 194 元，你會怎麼付錢呢？

6.為什麼 186 比 168 還要大呢？

7.早餐店每天結束營業時會怎麼數錢呢？會從大額的開始還是從小額的呢？那 35+12 應該從哪裡開始算？位值高、位值低、還是？



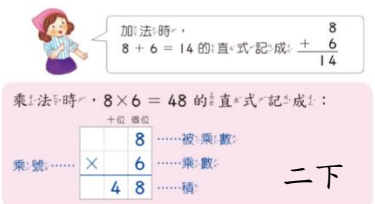

8.哪一種講法比較好？或是怎麼講更自然？

| 百 | 十 | 個 |
|---|---|---|
| 1 | 1 | |
| | 6 | 8 |
| + | 6 | 8 |
| 1 | 3 | 6 |

| 百 | 十 | 個 |
|---|---|---|
| | 6 | 8 |
| + | 6 | 8 |
| | | 16 |
| | 12 | |
| | 1 | 6 |
| 1 | 2 | |
| 1 | 3 | 2 |

| | 十 | 個 |
|---|---|---|
| | 5 | 2 |
| - | 1 | 3 |
| | 4 | 2 |
| - | | 3 |
| | 3 | 2 |
| | | 10 |
| - | | 3 |
| | 3 | 2 |
| + | | 7 |
| | 3 | 9 |

| | 十 | 個 |
|---|---|---|
| | 5 | 2 |
| - | 1 | 3 |
| | 4 | 2 |
| | | 10 |
| - | 1 | 3 |
| | 3 | 2 |
| + | | 7 |
| | 3 | 9 |



9.「4+3」和「3+4」一樣嗎？「4x3」和「3x4」一樣嗎？怎麼說明白？

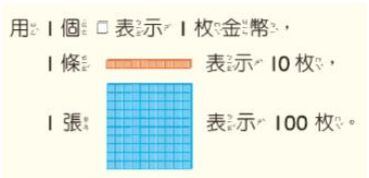
10.下面是康軒版說明加法和乘法交換率的方法，不好在哪裡？怎麼說會更好？

11.九九乘法表應該怎麼教學生背，對於日後的使用幫助最大？

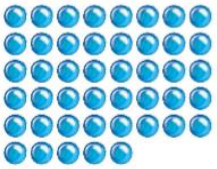
12.根據右邊的題目，「3x7」和「7x3」，哪一種寫法你會給分？

(1)一袋蘋果有3個，媽媽買了7袋，一共有多少個蘋果？

13.下面這種表現法有什麼不好？怎麼做紀錄會更好？




14.下面的題目(康軒二下先乘後加、先乘後減)，你還可以寫出幾種算法呢？



左圖中有多少個彈珠？寫出兩種不同的算法。

8×5=40，40+5=45

8×6=48，48−3=45

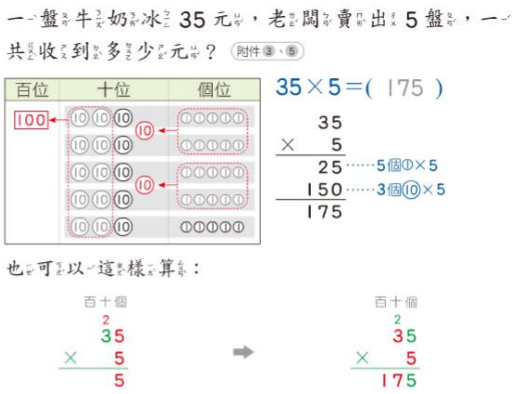
15.觀察一下，

(1)其實下面的題目很不自然，你知道不自然的地方在哪裡嗎？

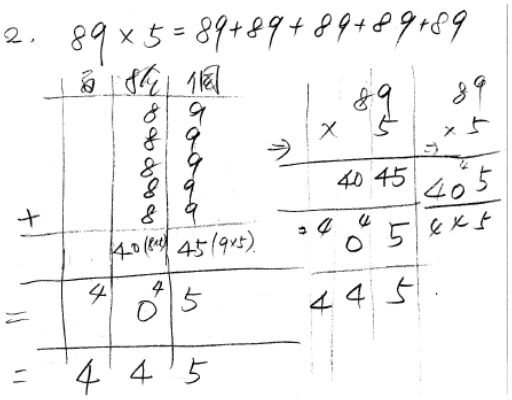
(2)分裝問題和平分問題共同的核心概念是什麼？

16.下面有兩種乘法運算，(1)請比較差異 (2)請使用下面兩種版本計算 34x27。

康軒版

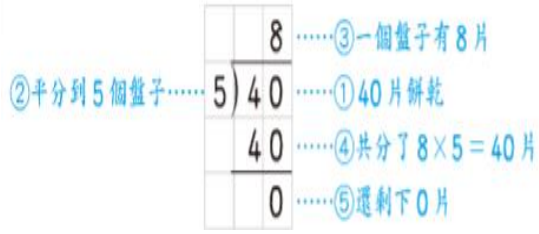



CA 版

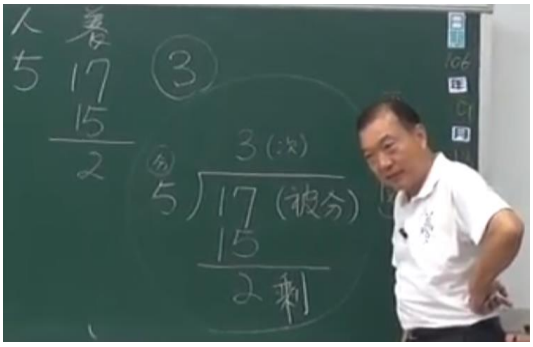



17.下面有兩種除法運算的紀錄方式，請比較差異。

康軒版




CA 版




18.下面的除法運算在想什麼？對齊格式選擇的理由為何？

| | | 百 | 十 | 個 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 |
| 2 | 3 | 6 | 5 | 7 |
| | | | 2 | 3 |
| | | 6 | 3 | 4 |

| | | 百 | 十 | 個 |
|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | |
| 2 | 3 | 6 | 5 | 7 |
| | | 2 | 3 | 0 |
| | | 4 | 2 | 7 |

| | | 百 | 十 | 個 | 十分 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 2 | 8 | 5 |
| 2 | 3 | 6 | 5 | 7 | |
| | | 4 | 6 | 0 | |
| | | 1 | 9 | 7 | |
| | | 1 | 8 | 4 | |
| | | | 1 | 3 | 0 |
| | | | 1 | 1 | 5 |
| | | | | 1 | 5 |

19.小數點的功用是什麼？

20.已經有分數了，為什麼還需要學習小數？

21.小數除法如果沿用整數除法的格式會很奇怪，怎麼辦？

| | 十 | 個 | 十分 |
|---|---|---|---|
| | | 1 | |
| 0. 3 | | 7. | 4 |
| | | 0. | 3 |
| | | 7. | 1 |

| | 十 | 個 | 十分 |
|---|---|---|---|
| | 1 | | |
| 0. 3 | | 7. | 4 |
| | | 3. | 0 |
| | | 4. | 4 |

| | 十 | 個 | 十分 |
|---|---|---|---|
| | 2 | 4. | |
| 0. 3 | | 7. | 4 |
| | | 6. | 0 |
| | | 1. | 4 |
| | | 1. | 2 |
| | | 0. | 2 |

22.關於小數乘法，下面哪一個才是對的？

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3. | 2 | |
| × | 2. | 1 | |
| | 3 | 2 | |
| 6 | 4 | | |
| 6. | 7 | 2 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3. | 2 | |
| × | 2. | 1 | |
| | | 3 | 2 |
| | 6 | 4 | |
| | 6. | 7 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3. | 2 | |
| × | | 2. | 1 |
| | | 3 | 2 |
| | 6 | 4 | |
| | 6. | 7 | 2 |

三、核心概念：

1.數數是加法和減法的核心，數數的核心是「倍」的想法，數數滿 10 就可以換位值 10 倍的數(作升級紀錄)，然後又從頭算起，換位值的想法透過換錢的方式感覺。

2.數字的大小從長短感受位值，從位值感受等級，從 10 倍和 10 分感受晉級和降級，位值的升降的核心是「換」，單位換算也是一樣的。

3.加減法的核心是「合」與「分」，合併與拿掉；乘除法的核心是「倍」，利用「基準」數幾次(幾個幾個一數數幾次)，都是一體兩面，算則互逆，是等量公理列方程式的核心。

4.四則運算：根據情境列算式，怎麼列算式就怎麼讀，怎麼讀就怎麼算。

5.加法和乘法交換率的核心本質都是總和，只是數的順序不同！

6.兩個數字的乘法或除法運算，透過縮放後再還原可以讓格式對齊並簡化運算。

7.關於閱讀理解：小學課本每個單元都有學習目標，但是，學習目標常常限制住了老師的教法和學生的想法，變成只是不同題型的演算，學生沒有機會深切了解題意，採用不同面相完整的思考題目內涵，學生學到的是熟練計算，缺了讀題的訓練，因為每個單元的題型相同，解法相同，學生不需要看題目就可以解題！(以康軒二下兩步驟的乘法為例：先乘後加、先乘後減、先加後乘、先減後乘)

8.關於小學螺旋式課程安排：相同單元由易而難，數字越來越大越複雜，可惜，小學區分低、中、高年級，中間的銜接，老師可能沒有留意，而從現有單元現有想法直接進行教學，老師完整看透小學六年課程架構與脈絡是教學的核心。

9.等量公理：小二上加減互逆留框框、小三上乘除互逆留框框，以及驗算的思考，早已留下伏筆。
10.概算：從小二上加減估算就已經開始熟悉了。

四、概念發展脈絡
1.小一上：數到 30
(1)從 1 數到 10，1 個 1 個數，就已經含有倍的概念在其中。
(2)分與合帶出加法合併的核心概念，同時隱藏拿掉是減法的感覺。
(3)滿 10 換 1，位值 10 倍升級的概念。

2.小一下：數到 100，加減法直式紀錄
(1)18 以內簡單位值的化聚進行加減運算，利用數數的概念解題。
(2)利用加 1 接著數數而不是重頭數數。
(3)10 個、2 個、5 個一數。

3.小二上：數到 200
(1)10 個、2 個、5 個一數，數幾次，從連加談出倍數，隱含除法。
(2)九九乘法表。
(3)概算：加減法估算。
(4)加減法互逆留框框以及驗算的思考埋下以符號代表數和等量公理的想法。

4.小二下：數到 1000
(1)三位數的加減。
(2)乘法搭配加減法兩步驟運算。
(3)分裝和平分，為除法埋想法。

5.小三上：數到 10000
(1)四位數的加減。
(2)三位數乘以一位數。
(3)三個數字的加減併式與估算。
(4)從分裝和平分寫出除法直式紀錄。
(5)從平分認識分數。

6.小三下
(1)三位數除以一位數。
(2)除法搭配加減法兩步驟運算。
(3)從十分認識小數，一位小數加減。
(4)乘除法互逆留框框以及驗算的思考埋下用符號代表數和等量公理的想法。

7.小四上：一億以內的數
(1)大數的加減。
(2)三位數乘以二位數，二位數乘以三位數。
(3)三位數除以二位數。
(4)有括號的加減併式和乘除併式。
(5)二位小數加減。

8.小四下：億以上的數
(1)大數的加減。
(2)含有括號的加減乘或加減除的併式運算。
(3)二位小數乘以整數。
(4)概數與加減估算：四捨五入、無條件捨去、無條件進入。

9.小五上
(1)四位數乘以三位數，末幾位為零的整數乘法。
(2)四位數除以三位數，末幾位為零的整數除法。
(3)因數倍數、最大公因數、最小公倍數。
(4)整數的四則運算，三步驟併式和分配律(簡化計算)。
(5)多位小數的加減。
(6)小數的數線(分數數線先談)。

10.小五下
(1)小數乘以小數。
(2)單運算的用符號代表數。
(3)整數除以整數(商是小數)、小數除以整數、分數和小數互化。

11.小六上
(1)因數倍數、質因數分解。
(2)小數除法、小數取概數與估算。
(3)等量公理。

12.小六下
(1)小數的四則運算。

五、評量：運用課本習作即可。

六、觀摩、討論&修改

1.參考影片

數學新世界--CA 談數學--20160910 僑孝國小 五年級 數的作用 part1 (22:00~)

數學新世界--CA 談數學--20160910 僑孝國小 五年級 數的作用 part2

談「四位數減法」

數學新世界--CA 談數學--20170914 彰化縣豐崙國小(小三-四位數的加減)

數學新世界--CA 談數學--20180416 臺東縣大南國小 三年級 入班教學 小數

數學新世界--CA 教數學--20180529 臺東縣寧埔國小 五年級 入班教學 整數除以整數(商是小數) part1

數學新世界--CA 教數學--20180529 臺東縣寧埔國小 五年級 入班教學 整數除以整數(商是小數) part2

數學新世界--CA 談數學--20180313 高雄市壽山國小 五年級 小數乘法 part1

數學新世界--CA 談數學--20180313 高雄市壽山國小 五年級 小數乘法 part2

數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part1

數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part2

數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part3

數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part4

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 課程：分數與分數四則運算

## 講師：許雅嵐

許雅嵐-分數與分數四則運算 共備單

想法源自：CA 設計者：陳梅仙 編修者：許雅嵐

## 一、反思提問：

1.請問數字的作用是什麼?

1. 1個人、1本書、1支筆、1顆蘋果…
(1)如果我們把數字1改成3，會變成什麼？數字3發揮了什麼作用？

(2)如果我們把數字1改成1/2，會變成什麼？數字1/2發揮了什麼作用？

(3)請試著做個結論，數字是用來做什麼的？數字扮演什麼角色？數字可以發揮什麼作用？

2.什麼時候會用到分數呢?

3.怎麼分?

4.有一定規則嗎?

5.生活中的應用為何?請舉例說明。

6.為什麼要通分?

7.擴分跟約分的意義何在?

8.當分數出現除號時，為什麼計算變成乘號就是倒數?

## 二、核心概念

1. 分數是數字，數字是倍的概念，分數是先分(做記號)再數ㄕㄨˇ（拿），分數有變小的感覺，因此，沒有真的變小的分數就稱為假分數。

2. 等值分數的需求來自於想要將兩個不一樣大塊的東西變成可以合併起來一起說，這需求將自然引出因數倍數和質數的需求。

3. 質數的本質在於透過分解達到簡化的目的，1就是本身已經是最簡，因此不需要列入考慮。

4. 短除法的本質在透過提出公因數的過程，不斷地化簡公倍數。

## 三、概念發展學習單

1：請問各位小朋友喜歡喝養樂多嗎？ 我剛好帶了養樂多，我們現在有五個人，一起來喝養樂多吧。

我一瓶

500ml

你一瓶

100ml

這樣分好嗎?怎麼辦呢?

引導學生說出平均分配、公平、平分等等。

我們一起來想想辦法　怎麼喝　比較公平呢 ^^

我想到了三個方法：

方法1：用切的。

方法2：一人喝一口。

方法3 :使用容器來量。

(1).用切的

這樣切嗎?

還是這樣切呢?

(2).一人喝一口嗎?

## (3).使用固定容量之容器來量

**假設 我有五個杯子**

**每個杯子的容量為 100ml**

**請問　1 瓶 500ml 的養樂多　可以公平的分為幾杯呢? 我們來做做看。**

500ml

每個杯子100ml

一大瓶養樂多　　把它剛剛好，公平的，分成五杯，把它五分了

選擇一杯的量為1/5瓶　又稱為五分之一瓶

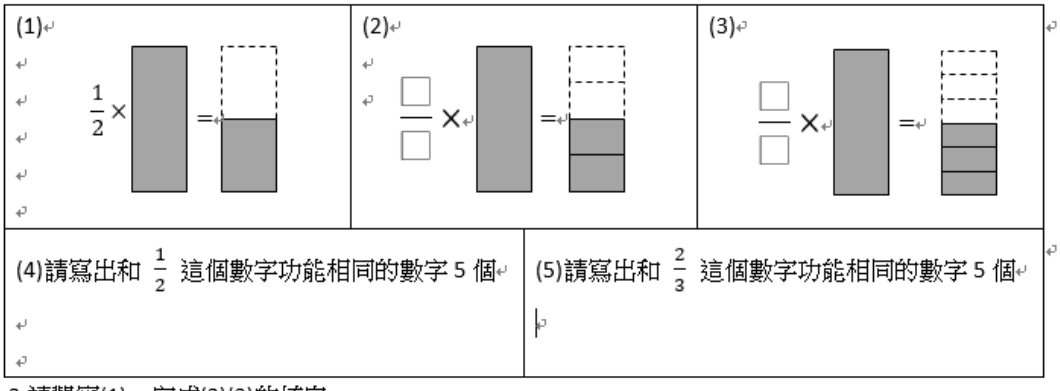
(注意單位很容易搞錯嗎?)先想清楚　想要的是什麼?

那麼兩杯的1/5又是什麼呢?1/5+1/5=2/5　五分的其中兩份　是2/5

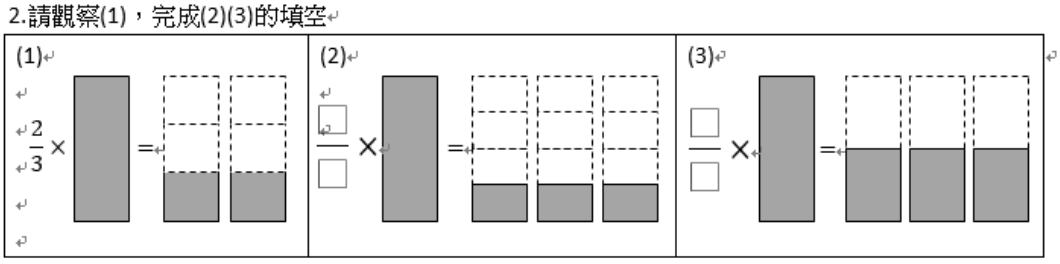
那麼5杯的1/5　就等於一大瓶　請學生寫出5個1/5相加相當於1

原來當分子跟分母平等時　想當於1

1.請觀察(1)，完成(2)(3)的填空

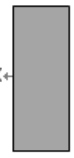
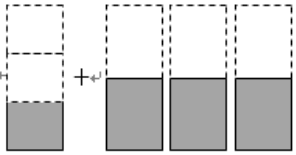



2.請觀察(1)，完成(2)(3)的填空

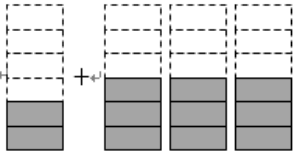


3.請觀察(1)，完成(2)

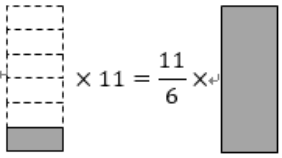
(1)

$(\frac{1}{3}+\frac{3}{2})\times$  $=$ 

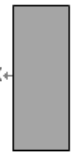
$+$ 

$=$ 

$+$ 

$=$  $\times 11 = \frac{11}{6}\times$ 

(2)

$(\frac{3}{4}+\frac{4}{3})\times$  $=$

4.比較下面題目中兩個數字的大小

| | | |
|---|---|---|
| (1) $\frac{3}{8}$、$\frac{5}{8}$ | (2) $\frac{3}{8}$、$\frac{3}{11}$ | (3) $\frac{3}{8}$、$\frac{5}{7}$ |
| (4) $\frac{3}{8}$、$\frac{2}{7}$ | (4) $\frac{3}{29}$、$\frac{2}{27}$ | (5) $\frac{35}{5}$、$\frac{33}{4}$ |

比較下面題目中兩個數字的大小

數字和數字其實是無法比大小的，必須先說好作用的物件相同，才看得出大小

也就是說，我們沒說出口的話是，我們都使用著相同的物件被數字作用著，因此，可以比大小

但是，在教學中，我們應該把沒說出口的說出來，學生想東西才會清楚

b/a 要讓學生有 b 個 1/a 的想法，這是很重要的分數概念，而且能這樣想也比較簡單

日後在四則運算上都會比較容易上手

第 4 題的設計

目標是希望學生可以分別思考分子和分母各有不同的功能

讓學生從解題的思考中弄清楚正確的概念，同時不被分母通分給綁死了

同時，求公倍數最簡單的方法是將所求的數字相乘

3.我肚子餓的時候，吃了一片披薩，小丁也吃了一片披薩，請問誰吃的多呢?

我吃了一片披薩

小丁吃了一片很厚的披薩

比較東西前，你想要的是什麼?請問你想得到什麼?

無法做比較，所以要把分母變成同的　才可以做加減。

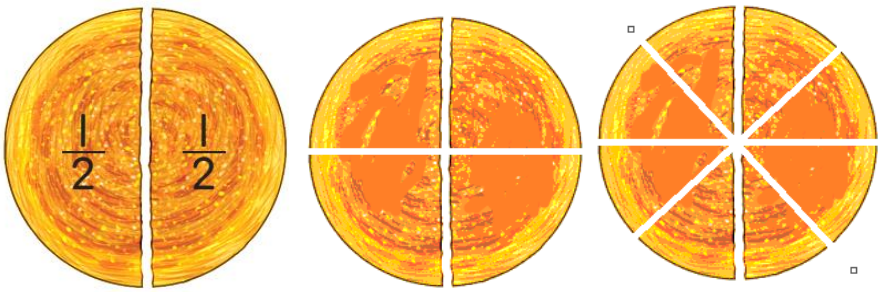
4.我喝了一杯飲料　　(小杯or中杯?)(大杯or中杯?)你要的是什麼?

5.

6. 相同一個分數，

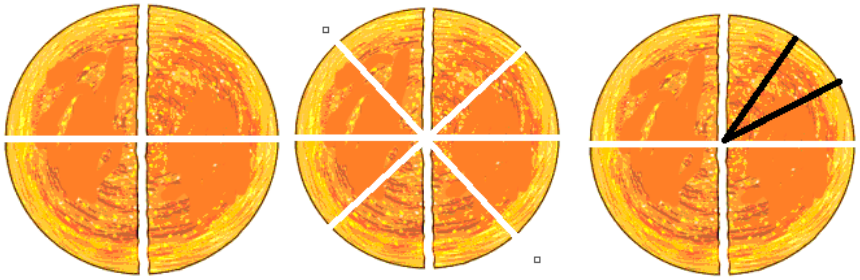
當分母切割的越多時，分的越細，則分子拿的越多

最終的量與最初的量是一樣的　稱 等值分數1/2=2/4=4/8

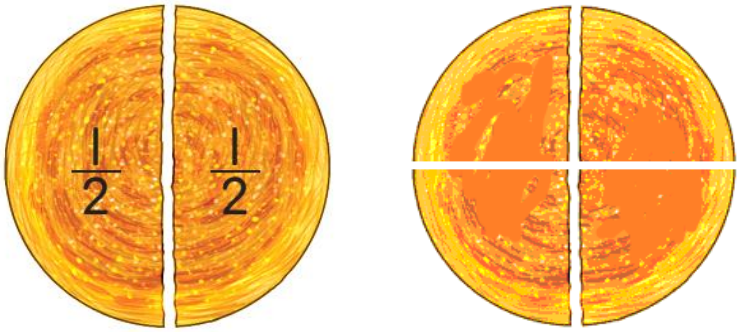



擴分、約分、通分、分數大小的比較、分數數線

7. 老師吃了3/4個pizza　相當於?/8和?/12呢?



8.1/2+1/4=?　我們應該怎麼算呢?　想想看如何做改變?




是不是可以把它變成一樣的再加呢?

1/2=2/4　由這裡可以知道 分母x2　分子也x2

因此 1/2+1/4=2/4+1/4=3/4

那麼分數的減法呢?　怎麼解呢?

9.王老先生有兩塊一樣大的地，其中一塊地3/5用來種西瓜，另外一塊地的2/3種花生，請畫出種西瓜跟種花生個用了多少地?種花生跟種西瓜的地一樣大嗎?

1/2是真分數，我真的把1變成一半，真的變小了

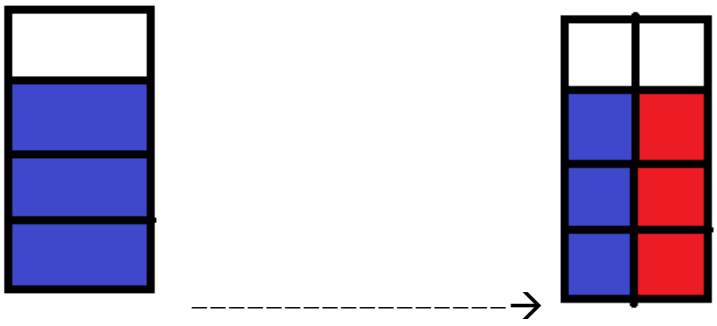
9/2是假分數，這個數字真的有變小嗎?沒有，假裝的分數

10.媽媽有三公斤的糯米粉，作湯圓用去了3/4，是用掉幾公斤的糯米粉呢?

3＊3/4=9/4　9/4=2¼

10.有一張3/4的壁報紙評分給兩個人，每個人分到多少？

(3/4)/2=3/4＊1/2=3/8



分數除法

1.阿明每天都會帶一個裝滿開水的水壺到學校，現在已經是中午用餐時間，阿明發現他的水壺只剩下 1/2

(1)如果阿明每次喝水都會喝掉 1/10 的水壺，請問阿明還可以喝幾次？

(2)如果阿明每次喝水都會喝掉 2/10 的水壺，請問阿明還可以喝幾次？

(3)你看得懂下面這兩個算式是怎麼進行的嗎？

$$\frac{1}{2}\div\frac{1}{10}=\frac{5}{10}\div\frac{1}{10}=5\div1$$

$$\frac{1}{2}\div\frac{2}{10}=\frac{5}{10}\div\frac{2}{10}=5\div2$$

2.請你試著算算看$\frac{4}{9}\div\frac{7}{8}$

3.請觀察下面算式，試著說出你的發現

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2\times4}{5\times4}\div\frac{5\times3}{5\times4}=(2\times4)\div(5\times3)=\frac{2\times4}{5\times3}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$$

4 請你試著算算看$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}$

四、教學影片與增能研習影片參考

1.https://drive.google.com/drive/folders/1s9eqZPwS0tNHVkQEwosZdrp_GZiZrAhb?sort=13&direction=a20160914 質因數分解 分數除法梅仙老師設計共備單

2.https://drive.google.com/drive/folders/1SyeDIpsH6T0UnLspL0HgVyHvqoVdX20-?sort=13&direction=a20161014 分數加法 (CA 在僑孝國小小五 6)梅仙老師設計共備單

3. https://www.youtube.com/watch?v=_DwU2rX8fdY#action=share 2018-05-09 嘉義縣梅山國小 分數 輔助教具使用

4. https://www.youtube.com/watch?v=12RMM_wiBrY#action=share **數學新世界--永堂談數學--20180528 彰化縣豐崙國小 四年級 入班教學 等值分數 part1**

5. https://www.youtube.com/watch?v=xCJZdsgbwOY#action=share **數學新世界--CA 談數學--20180528 彰化縣豐崙國小 四年級 入班教學 等值分數 part2**

# 課程：因數倍數

## 講師：陳梅仙

20180701 因數倍數共備單　　想法源自：CA　設計者：陳梅仙

一、單元名稱：整除、因數、倍數、質數、合數、短除法、最大公因數、最小公倍數

二、反思提問：

1.在學習的過程中，是先有因數，還是先有倍數呢？什麼時候會需要使用到因數或倍數？

2.質數被定義為：「在大於 1 的自然數中，除了 1 和該數自身外，無法被其它自然數整除的數。」為什麼 1 要被排除在外呢？質數的功用主要是用來做什麼呢？

3.短除法可以被使用來求最小公倍數和最大公因數，操作過程的想法是什麼呢？

三、核心概念：

1.數字的核心概念是「倍」的作用，從小一數數開始就在使用「倍」的概念。

2.因數倍數的核心想法是拿來做為「化簡」使用，被大量使用在等值分數和解方程式。

3.倍數的核心概念是看以什麼為「基準」，可以數的「次數」，這是除法的核心概念。

4.因數的核心概念是將數字透過「分解」進行「簡化」，埋下因式分解解方程式的伏筆。

5.短除法的核心概念有二：(1)1 個數字的分解。(2)2 個以上數字公倍數的化簡。

6.小學課程架構：1 下幾個幾個一數、2 上加法談連加到九九乘法表、2 下分裝和平分、3 上直式除法和分數的意義、3 下小數、3 下 4 上多位數除法、5 上整除和因數倍數、6 上質因數分解和短除法和最大公因數和最小公倍數

四、概念發展脈絡

1.從數數到倍數，數幾次就是幾倍，感受整除(剛剛好)和餘數的感覺。

※右邊的糖果(或班上同學)

(1)1 個 1 個數可以數幾次？

(2)2 個 2 個數可以數幾次？

(3)3 個 3 個數可以數幾次？

(4)4 個 4 個數可以數幾次？

(5)5 個 5 個數可以數幾次？

(6)6 個 6 個數可以數幾次？

2.感受數字分階段倍的作用，帶出因數、倍數、質數和合數。

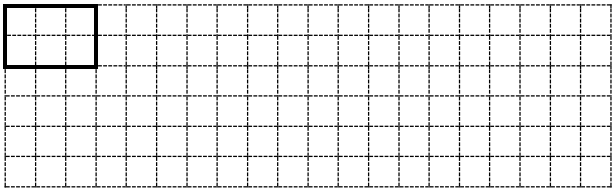
※請使用電腦複製貼上的功能

(1)將右邊派大星的照片，複製出 12 張，你可以怎麼做呢？

(2)將右邊派大星的照片，複製出 7 張，你可以怎麼做呢？

3.善用九九乘法表+數字分階段倍的作用熟悉一下數字的分解，談出質因數分解。

※寫出 1-20 每個數字的徹底分解方式。



4.操作出公倍數

※請利用 3×2 的卡片整齊拼出一個正方形。

※拿出數學課本拼出正方形！再疊出正方體！可以再拼得更大一點嗎？需要幾本書？

※小英班上分組合作的時候可以 6 個 6 個一數、4 個 4 個一數剛好數完，請問小英班上同學有幾個人？

5.操作短除法，從公倍數談出公因數，語詞使用：幾個幾個一數。

※求 30 和 24 的最小公倍數，最簡單的公倍數就是 30×24，短除法是簡化公倍數的過程。

24 × 30

**徹底分解** 2×2×2×3 × 2×3×5

**相同共用** 2×2×3 × 2 × 3×5 （少×2）

**相同共用** 2×2 × 2 × 3 × 5 （少×3）

五、評量

1.林老師將數量為 147 個及 185 個的 *A*、*B* 兩種糖果平均分給班上同學後，分別剩下 *A* 糖果 3 個及 *B* 糖果 5 個，請問：該班學生可能的人數。

2.歐太太有三個女兒，長女 7 日一歸，次女 11 日一歸，幼女 15 日一歸。某日三女同歸，歐太太為使三女下一次早些同歸相聚，便叫三女把歸家日期各縮短一天，但幼女說：不如把歸家日期各延長一天，便可早些相聚。則歐太太與幼女誰言之有理？

六、觀摩、討論&修改

1.參考影片

數學新世界--CA 談數學--20171221 國立臺北教育大學 因數倍數、質數 part2

數學新世界--CA 談數學--20161103 文光國中 七年級 最大公因數與最小公倍數

數學新世界 CA 談數學 20170914 彰化縣豐崙國小(小五-因數與倍數)

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

# 課程：比、比值與比例

## 講師：陳梅仙

20180527 比與比例共備單　　想法源自：CA　設計者：陳梅仙

一、單元名稱：比與比例、比值、正比、反比、連比

二、反思提問：

1.什麼情況下，我們才有談「比的相等」的需要？

2.哪一個是「8:12 = x:6」的答案？(A) x=1 (B) x=2 (C) x=4 (D) x=16

3.「比值=前項除以後項」這個說法有什麼問題？學習比值的目的是什麼？比值被使用在哪裡？

4.「$8:12=\frac{8}{12}$」這樣寫錯在哪裡？怎麼修正？

5.口訣「內項乘積等於外項乘積」會產生什麼樣的迷失概念？

6.哪一種呈現方式比較好？(A) $a:b:c=d:e:f$ (B) $\begin{matrix}a:b:c\\=\\d:e:f\end{matrix}$

7.當我們使用比的方式呈現項目關係的時候，這時候比當中的數值是「實」、「虛」、還是？

8.不使用課本的說法「$\frac{x}{y}=k$、$xy=k$」，怎麼跟學生談「正比」與「反比」？

9.如果 A 和 B 成反比、B 和 C 也成反比，A 和 C 會成正比嗎？

10.「$5:-2=-10:4$」這是正比關係還是反比關係？

三、核心概念：比較與基準，想要比什麼？怎麼比？比是為了變才寫的。

(一)比較與基準

1.加減法的比：比輸贏、比高矮、比大小...，結果是以加減法確認是否相等。

2.乘除法的比：比身材、比形狀、比口味...，結果是以乘除法確認是否相等。

(二)比：就是把項目列出來，透過這些項目來比出我們想要的。

(三)比例：項目彼此之間的倍數關係。

(四)比值就是以某個項目為基準來看其它項目，連比也可以算比值。

(五)比的相等是什麼在相等？得看想要比什麼，在想變的情況下，又想維持什麼的不變性，但，課本比的相等都是指正比。

四、概念發展脈絡

(一)談談生活中的比需要哪些項目：比賽、口味、快慢、形狀、身材、比例尺(拍照)…

請列出可描述身材的項目

請列出檸檬水的材料

請列出決定一個矩形形狀的項目

請列出表示速率需要的項目

(二)怎麼調出相等的比？正比？反比？輸贏的比？

| 包法 | 水餃皮(片) | 每顆內餡(g) | 內餡總量(g) |
|---|---|---|---|
| A | | 30 | 1200 |
| B | 80 | | 1200 |
| C | | 15 | 1200 |

| 包法 | 水餃皮(片) | 每顆內餡(g) | 內餡總量(g) |
|---|---|---|---|
| A | 90 | 30 | |
| B | 90 | | 1800 |
| C | 90 | 40 | |

(三)比值的功用(以誰為基準)：調出相同口味的金莎巧克力

| 糖 | 奶粉 | 榛果 | 可可 |
|---|---|---|---|
| 6g | 9g | 12g | 18g |
| | | 4× | |
| 1× | | | |
| | 1× | | |
| | | 1× | |
| | | | 1× |

(四)連比：等值兌換、以物易物、單位換算(時間、分鐘)

| 新台幣 TWD | 美金 USD | 日元 JPY | 人民幣 CNY | 韓元 KRW |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 1 | | | |
| 1 | | 4 | | |
| 5 | | | 1 | |
| 1 | | | | 40 |

五、評量

1.甲、乙兩班決定自己粉刷教室。甲班用的油漆是 6 罐白漆和 5 罐藍漆調成的；乙班用的是 7 罐白漆和 4 罐藍漆所調成的，則哪一班的油漆藍色較深？

2.阿樂用 25 公克咖啡粉加水 75 公克泡一杯香香濃濃的咖啡，小娥想泡 500 公克相同濃度的咖啡一杯，她該用多少的咖啡粉？

3.小明買了一大包糖果，裡面有牛奶和巧克力兩種口味，若只知道兩種口味的糖果比例約為 5：3，而整包糖果有 120 顆，請問牛奶口味的有幾顆？

4.某一遊樂區展示建築模型，模型以 1：8 的比例尺縮小，若大小為 12000 立方公分的模型，實物體積為多少立方公尺？

六、觀摩、討論&修改

1.參考影片

數學新世界--CA 談數學--20180425 臺北市三民國中 機率、除法、比、比值 (38:00-59:00)

數學新世界--CA 談數學--20171112 雲嘉數咖共備 part2 (比與比例)

數學新世界--CA 談數學--20170915 高雄市教育輔導團 part1 (比、比例、比值 20:00~1:148:30)

數學新世界--CA 談數學--20170703 介壽國中 比與比例 part1

數學新世界--CA 談數學--20170703 介壽國中 比與比例 part2

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。