

# 數學科教師共備手冊

## 國小課程

### 單元1

## 整數與小數的 四則運算



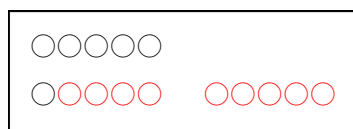
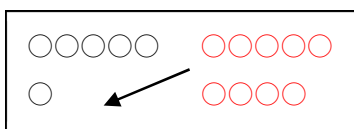
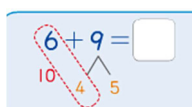
數學新世界

2018年08月編印



## 一、反思問題

1. 當我們從 1 數到 10，對於數產生了哪些感覺？
  - (1) 沒什麼感覺，只是在讀出數字。
  - (2) 有一個一個增加的感覺。
  - (3) 有順序的感覺。還有嗎？請寫下您的感覺。
2. 當我們這樣數數：2、4、6、8、...、數到 30，對於數又產生了什麼感覺？
3. 數字表現了什麼？當我們說「3」和說「3 杯」，一樣都有 3 但感覺上是有所分別的，您能說清楚嗎？然後，再想一想數的作用是什麼？
4. 數的大小是如何被界定的？正的為什麼比負的大？如果「+5」表示往東走 5 公尺，那麼「-5」則表示往西走 5 公里；請問走的距離「+5」有比「-5」多嗎？
5. 計算  $6 + 9$  的方式有哪些？不同的方式所發展的主要概念各是什麼？



6. 對於數，如果我們想讓學生發展進位與位值的概念，那麼，我們可以如何調整下方這種表現方式，用更為適切的方式說明 10 個 1 是十、10 個 10 是百、10 個 100 是千。



7. 當我們點數收銀機的錢時，我們會怎麼做呢？  
整數加法的直式計算過程，如何記錄書寫會比較清楚自然呢？

8. 生活日常最常計算減法的時機是？此時，我們又是怎麼計算減法的呢？  
整數減法的直式計算過程，如何記錄書寫會比較清楚自然呢？
9. 乘以整數可以用來表示一個數的連加幾次，例如： $5+5+5+5+5+5$ ，有 6 個 5 相加，可以寫成  $5 \times 6$ ；可是，乘以分數便無法依此類推，乘法的本意是什麼呢？怎麼說才能貫通到之後的分數或者小數的乘法呢？
10. 整數乘法的直式計算過程，如何記錄書寫會比較清楚自然呢？
11. 加法和乘法的交換律想突顯的是兩數的交換還是運算的結果？  
以下題為例：一袋蘋果有 3 個，媽媽買了 7 袋，一共有多少個蘋果？  
如果寫「 $3 \times 7$ 」的計算想法是什麼？  
如果寫「 $7 \times 3$ 」的計算想法是什麼？
12. 除法的本意是什麼呢？當兩數做相除，我們想知道什麼？接著再想想為什麼除數不為 0，也就是除以 0 是無意義的呢？
13. 在二下的單元中，從分裝與平分帶出除法，分裝問題和平分問題共同的核心概念是什麼？
14. 「小數」的小指的是和哪個數比較得到的小呢？而「小數點」這個符號所要表現的意涵是什麼？
15. 小數乘法的直式計算過程，如何記錄書寫會比較清楚自然呢？

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 2 \\
 \times 2. \quad 1 \\
 \hline
 3 \quad 2 \\
 6 \quad 4 \\
 \hline
 6. \quad 7 \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 2 \\
 \times 2. \quad 1 \\
 \hline
 3 \quad 2 \\
 6 \quad 4 \\
 \hline
 6. \quad 7 \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 2 \\
 \times \quad 2. \quad 1 \\
 \hline
 3 \quad 2 \\
 6 \quad 4 \\
 \hline
 6. \quad 7 \quad 2
 \end{array}$$

16. 小數除法的直式計算過程，如何記錄書寫會比較清楚自然呢？

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
|      | +  | 個 | + |
|      |    |   | 分 |
| 1    |    |   |   |
| 0. 3 | 7. | 4 |   |
|      | 3. | 0 |   |
|      | 4. | 4 |   |

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
|      | +  | 個 | + |
|      |    |   | 分 |
|      | 1  |   |   |
| 0. 3 | 7. | 4 |   |
|      | 0. | 3 |   |
|      | 7. | 1 |   |

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
|      | +  | 個 | + |
|      |    |   | 分 |
| 2    | 4. |   |   |
| 0. 3 | 7. | 4 |   |
|      | 6. | 0 |   |
|      | 1. | 4 |   |
|      | 1. | 2 |   |
|      | 0. | 2 |   |

17. 小數和分數的差別是什麼？什麼時候我們用 0.75？什麼時候我們用

$$\frac{3}{4} ?$$

## 二、核心概念

1. 整數

---

2. 數數

---

3. 數的作用

---

4. 數字的大小

---

5. 加、減、乘、除

---

6. 四則運算

---

### 7. 加法和乘法的交換律

---

### 8. 小數

---

### 9. 小數的乘除法

---

---

## 三、概念發展脈絡

|           |    |  |
|-----------|----|--|
| 整數        | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 數數        | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 數的作用      | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 數字<br>的大小 | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 加減乘除      | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 四則運算      | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |

|           |    |  |
|-----------|----|--|
| 交換律       | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 小數        | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |
| 小數<br>的乘除 | 認知 |  |
|           | 形成 |  |
|           | 使用 |  |

#### 四、觀摩、討論&修改

##### 1. 參考影片

 [數學新世界--CA 談數學--20160910 僑孝國小 五年級 數的作用 part1 \(22:00~\)](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20160910 僑孝國小 五年級 數的作用 part2](#)

[談「四位數減法」](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20170914 彰化縣豐崙國小\(小三-四位數的加減\)](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20180416 臺東縣大南國小 三年級 入班教學 小數](#)

 [數學新世界--CA 教數學--20180529 臺東縣寧埔國小 五年級 入班教學 整數  
除以整數\(商是小數\) part1](#)

 [數學新世界--CA 教數學--20180529 臺東縣寧埔國小 五年級 入班教學 整數  
除以整數\(商是小數\) part2](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20180313 高雄市壽山國小 五年級 小數乘法 part1](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20180313 高雄市壽山國小 五年級 小數乘法 part2](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part1](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part2](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part3](#)

 [數學新世界--CA 談數學--20160923 僑孝國小 六年級 小數除法 part4](#)

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

## 五、概念發展學習單

完整版請參閱數學新世界五、六年級教材。

### ◎整數的乘法與除法

在做任何計算時，我們除了清楚知道自己在計算什麼，而且還得求算出正確的結果。國小三年級我們學了三位數的加減法，並利用直式的計算方法使得計算時能更加清楚明確！例如：求算  $536+285$  的結果，直式過程為：

|       | 百 | 十  | 個  |
|-------|---|----|----|
|       | 5 | 3  | 6  |
| +     | 2 | 8  | 5  |
| <hr/> |   |    |    |
|       | 7 | 11 | 11 |

$$\begin{aligned}536 &= 500 + 30 + 6 \\285 &= 200 + 80 + 5 \\500 + 200 &= 700 \\30 + 80 &= 10 + 20 + 80 = 10 + 100 \\6 + 5 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 10\end{aligned}$$

我們來看看整數的加法，它的計算過程的記錄方式是如何被簡化的，以及對齊位址的好處。

| <table><thead><tr><th></th><th>百</th><th>十</th><th>個</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>+</td><td>2</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>7</td><td>11</td><td>11</td></tr></tbody></table> |   | 百  | 十  | 個 |  | 5 | 3 | 6 | + | 2 | 8 | 5 | <hr/> |  |  |  |  | 7 | 11 | 11 | <table><thead><tr><th></th><th>百</th><th>十</th><th>個</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>+</td><td>2</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td>2</td><td>1</td></tr></tbody></table> |  | 百 | 十 | 個 |  | 5 | 3 | 6 | + | 2 | 8 | 5 | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | <hr/> |  |  |  |  | 7 | 0 | 0 | <hr/> |  |  |  |  | 8 | 2 | 1 | <table><thead><tr><th></th><th>百</th><th>十</th><th>個</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>+</td><td>2</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td>2</td><td>1</td></tr></tbody></table> |  | 百 | 十 | 個 |  | 5 | 3 | 6 | + | 2 | 8 | 5 | <hr/> |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | <hr/> |  |  |  |  | 7 | 0 | 0 | <hr/> |  |  |  |  | 8 | 2 | 1 | <table><thead><tr><th></th><th>百</th><th>十</th><th>個</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>+</td><td>2</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="4"><hr/></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td>2</td><td>1</td></tr></tbody></table> |  | 百 | 十 | 個 |  | 5 | 3 | 6 | + | 2 | 8 | 5 | <hr/> |  |  |  |  | 8 | 2 | 1 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----|----|---|--|---|---|---|---|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|----|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|-------|--|--|--|--|--|---|---|--|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|---|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|-------|--|--|--|--|--|---|---|--|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|-------|--|--|--|--|---|---|---|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 百 | 十  | 個  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 5 | 3  | 6  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| +                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 | 8  | 5  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 7 | 11 | 11 |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 百 | 十  | 個  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 5 | 3  | 6  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| +                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 | 8  | 5  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   | 1  | 1  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 1 | 1  | 0  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 7 | 0  | 0  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 8 | 2  | 1  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 百 | 十  | 個  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 5 | 3  | 6  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| +                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 | 8  | 5  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     |   | 1  | 1  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 1 | 1  | 0  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 7 | 0  | 0  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 8 | 2  | 1  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 百 | 十  | 個  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 5 | 3  | 6  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| +                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 | 8  | 5  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
| <hr/>                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |    |    |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 8 | 2  | 1  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |  |   |   |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |       |  |  |  |  |   |   |   |

### ◎概念一：乘法

接下來，我們來看一看做整數的乘法計算時，它的記錄方式如何書寫。以  $89 \times 4$  為例：

|                                                                                                                                             |                                                                                                                |                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| $89 \times 4$ 的意思是 89 的 4 倍<br>也可以看做<br>80 的 4 倍與 9 的 4 倍併起來<br>$89 \times 4 = (80 + 9) \times 4$ $= 80 \times 4 + 9 \times 4$ $= 320 + 36$ | $\begin{array}{r} 89 \\ 89 \\ 89 \\ + 89 \\ \hline 32 \quad 36 \\ 32 \text{個拾} \quad 36 \text{個壹} \end{array}$ | $\begin{array}{r} 89 \\ \times 4 \\ \hline 320 \\ 36 \\ \hline 356 \end{array}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|

再以  $35 \times 23$  為例：

|                                                                                                                                                      |                                                                                            |                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $35 \times 23$ 的意思是 35 的 23 倍<br>也可以看做<br>35 的 20 倍與 35 的 3 倍併起來<br>$35 \times 23 = 35 \times (20 + 3)$ $= 35 \times 20 + 35 \times 3$ $= 700 + 105$ | $\begin{array}{r} 35 \\ \times 23 \\ \hline 105 \\ 700 \\ + 600 \\ \hline 805 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 35 \\ \times 23 \\ \hline 105 \\ 700 \\ \hline 805 \end{array}$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|

## 動動筆想數學

- (1) 幾個 1 元硬幣可以換成 1 個 10 元硬幣？  
(2) 幾個 10 元硬幣可以換成 1 張 100 元紙鈔？  
(3) 幾張 100 元紙鈔可以換成 1 張 1000 元紙鈔？  
(4) 幾個 10 元硬幣可以換成 9 張 100 元紙鈔？
- 請在空格內填寫適當的數，並想想，相同數字在不同位數時，它們彼此之間換算的關係。

| 仟 | 佰 | 拾 | 壹 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 9 | 9 | 9 |

壹  $\times 10 =$  \_\_\_\_\_；拾  $\times 10 =$  \_\_\_\_\_；佰  $\times 10 =$  \_\_\_\_\_；仟  $\times 10 =$  \_\_\_\_\_；萬  $\times 10 =$  \_\_\_\_\_

壹  $\times 100 =$  \_\_\_\_\_；拾  $\times 100 =$  \_\_\_\_\_；佰  $\times 100 =$  \_\_\_\_\_；仟  $\times 100 =$  \_\_\_\_\_

9 仟  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_  $\times 9$  佰  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_  $\times 9$  拾  $\Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_  $\times 9$  壹

★任何一個數擺在個位數、或十位數、或百位數、...，\_\_\_\_\_ 之後，就會進一個位數；反之，\_\_\_\_\_ 之後，就會退一個位數。

3. 想一想，下面三種計算方式有什麼不同？

試著說說看每種方式怎麼做計算。

①

計算過程說明：

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 \times \quad 200 \\
 \hline
 0000 \\
 0000 \\
 6000 \\
 \hline
 600000
 \end{array}$$

②

計算過程說明：

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 \times \quad 200 \\
 \hline
 600000
 \end{array}$$

③

計算過程說明：

$$\begin{aligned}
 &3000 \times 200 \\
 &= 3000 \times 100 \times 2 \\
 &= 300000 \times 2 \\
 &= 600000
 \end{aligned}$$

4. 請計算下列各題：

(1)  $200 \times 4 =$

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 \times \quad 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

(2)  $200 \times 30 =$

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 \times \quad 30 \\
 \hline
 \end{array}$$

(3)  $200 \times 34 =$

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 \times \quad 34 \\
 \hline
 \end{array}$$

(4)  $324 \times 6 =$

$$\begin{array}{r}
 324 \\
 \times \quad 6 \\
 \hline
 \end{array}$$

(5)  $324 \times 30 =$

$$\begin{array}{r}
 324 \\
 \times \quad 30 \\
 \hline
 \end{array}$$

(6)  $324 \times 36 =$

$$\begin{array}{r}
 324 \\
 \times \quad 36 \\
 \hline
 \end{array}$$

5. 為什麼做整數的加法和乘法的直式計算時，我們習慣從個位數開始算起呢？看看下面的計算過程，寫出從個位開始計算的好處。

|                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>每個步驟都從<br/>最大的位數開始算</p> $  \begin{array}{r}  78 \\  \times 47 \\  \hline  28^32 \\  49^56 \\  \hline  2^15^166 \\  \hline  3666  \end{array}  $ <p>（左側有兩個綠色箭頭指向右，分別對應第二和第三步的計算）</p> | <p>每個步驟都從<br/>最小的位數開始算</p> $  \begin{array}{r}  78 \\  \times 47 \\  \hline  49^56 \\  28^32 \\  \hline  3^16^166 \\  \hline  3666  \end{array}  $ <p>（右側有兩個綠色箭頭指向左，分別對應第二和第三步的計算）</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

所以，從個位數字算起的好是：\_\_\_\_\_

## ◎概念二：除法

我們再來看一看做整數的除法計算時，它的計算想法。

以  $2697 \div 300$  為例，2697 除以 300 的意思是，每次拿 300，2697 最多可以拿幾個 300，會有剩餘嗎？或者 300 的幾倍（整數倍）是 2697？可以整除嗎？

|                                                                                                                                           |                                                                                                                                                   |                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $  \begin{array}{r}  1 \\  300 \overline{) 2697} \\  \underline{300} \rightarrow 300 \times 1 \\  \hline  \end{array}  $ <p>300 的 1 倍</p> | $  \begin{array}{r}  10 \\  300 \overline{) 2697} \\  \underline{3000} \rightarrow 300 \times 10 \\  \hline  \end{array}  $ <p>300 的 10 倍太大了！</p> | $  \begin{array}{r}  8 \\  300 \overline{) 2697} \\  \underline{2400} \\  \hline  297  \end{array}  $ <p>2697 最多<br/>可以拿 8 個 300</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

再來看一個例子：

|                                                                                                                                      |                                                                                                                                          |                                                                                                                                                       |                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $  \begin{array}{r}  1 \\  15 \overline{) 563} \\  \underline{15} \rightarrow 15 \times 1 \\  \hline  \end{array}  $ <p>15 的 1 倍</p> | $  \begin{array}{r}  10 \\  15 \overline{) 563} \\  \underline{150} \rightarrow 15 \times 10 \\  \hline  \end{array}  $ <p>15 的 10 倍</p> | $  \begin{array}{r}  100 \\  15 \overline{) 563} \\  \underline{1500} \rightarrow 15 \times 100 \\  \hline  \end{array}  $ <p>15 的 100 倍<br/>太大了！</p> | $  \begin{array}{r}  37 \\  15 \overline{) 563} \\  \underline{555} \\  \hline  8  \end{array}  $ <p>563 最多<br/>可以拿 37 個 15</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

再來看看整數除法計算的記錄方式如何書寫。

以  $356 \div 89$  為例，356 除以 89 的意思是，356 可以拿走幾個 89 會有剩下嗎？或者 89 的幾倍（整數倍）是 356？可以整除嗎？

試算：

$$89 \times 5 = 400 + 45 = 445$$

$$89 \times 4 = 320 + 36 = 356$$

|                                                                                                              |                                                                                                     |                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 4 \\ 89 \overline{) 356} \\ \underline{36} \\ - 320 \\ \hline 0 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 4 \\ 89 \overline{) 356} \\ \underline{32} \\ \hline 6 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 4 \\ 89 \overline{) 356} \\ \underline{356} \\ \hline 0 \end{array}$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|

再以  $700 \div 24$  為例，

試算：

$$24 \times 20 = 480$$

$$24 \times 30 = 720$$

$$24 \times 5 = 100$$

$$24 \times 6 = 124$$

$$24 \times 7 = 168$$

$$24 \times 8 = 192$$

$$24 \times 9 = 216$$

|                                                                                         |                                                                                               |                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 2 \\ 24 \overline{) 700} \\ \underline{48} \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 2 \\ 24 \overline{) 700} \\ \underline{48} \\ 22 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 29 \\ 24 \overline{) 700} \\ \underline{48} \\ 220 \\ \underline{216} \\ 4 \end{array}$ |
|      |                                                                                               |                                                                                                                         |
| <p>24 的 20 倍<br/>是 48 個 10 (480)</p>                                                    |                                                                                               |                                                                                                                         |

當我們在不同的情境中做計算時，便會產生不同的計算想法，讓我們再算一算、想一想！

|                                                                  |                                                                                                                     |                                                                  |
|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 24 \overline{) 700} \end{array}$ | <p>把 7 個 100<br/>換成 70 個 10</p>  | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 24 \overline{) 700} \end{array}$ |
| <p>7 個 100 要 24 份<br/>不夠，沒辦法分</p>                                |                                                                                                                     | <p>70 個 10 要分 24 份，可以分！</p>                                      |

|                                                                                               |                                                                                       |                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 2 \\ 24 \overline{) 700} \\ \underline{48} \\ 22 \end{array}$ |  | $\begin{array}{r} \text{百十個} \\ 29 \\ 24 \overline{) 700} \\ \underline{48} \\ 220 \\ \underline{216} \\ 4 \end{array}$ |
|                                                                                               | <p>把 22 個 10<br/>換成 220 個 1</p>                                                       |                                                                                                                         |

70 個 10，分 24 份，每份 2 個 10  
共分了 48 個 10，剩 22 個 10 不夠分  
將 22 個 10 換成 220 個 1 來分

## 動動筆想數學

1. 請試著將下方計算 3527 除以 45 的過程中，每一個步驟在算什麼。

$$\begin{array}{r}
 1^{\times} \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{45} \phantom{00} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1^{\times} \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{45} \phantom{00} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2^{\times} \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{90} \phantom{00} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{315} \phantom{00} \\
 37
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 79^{\times} \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{315} \phantom{00} \\
 377 \\
 \underline{405} \\
 17
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 78 \\
 45 \overline{) 3527} \\
 \underline{315} \phantom{00} \\
 377 \\
 \underline{360} \\
 17
 \end{array}$$

太大了！      太小了！      還可以再大！      超過了！

2. 請計算 3527 除以 25，並試著寫下計算過程中的每一個步驟在算什麼。

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 25 \overline{) 3527} \\
 \underline{25} \phantom{00} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2^{\times} \\
 25 \overline{) 3527} \\
 \underline{50} \phantom{00} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1? \\
 25 \overline{) 3527} \\
 \underline{25} \phantom{00} \\
 10
 \end{array}$$

太大了！

請繼續完成計算！

- ★當我們在做除法的時候，計算的過程實際上是在做乘法以及比較，因為\_\_\_\_\_。

3. 香甜果園今天採收一批蘋果，已知每 15 顆蘋果裝成一籃，剛好可以全數裝完，不多也不少。

- (1) 如果今天採收的蘋果總數量，最接近 500 顆但不到 500 顆，那麼今天總共採收多少顆蘋果？



- (2) 如果今天採收的蘋果數量，最接近 500 顆但超過 500 顆，那麼今天採收了多少顆蘋果？

- (3) 如果今天採收的蘋果數量，在 580 顆到 650 顆之間，那麼今天採收的蘋果最多會有幾顆？最少會有幾顆？

4. 以下是第 3 題的解題計算，試著寫下解題過程中的算式，以及每個步驟的計算想法。

| 計算過程與算式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 計算的想法                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <p>(1) <math>500 \div 15 = 33 \dots 5</math></p> <p>這個 3，實際上是 30</p> $  \begin{array}{r}  \phantom{15 \times} \overset{\text{↑}}{33} \\  15 \overline{) 500} \\  \underline{45} \phantom{0} \\  50 \\  \underline{45} \\  5  \end{array}  $ <p><math>15 \times 30 = 450 \rightarrow</math></p> <p><math>15 \times 3 = 45 \rightarrow</math></p> | <p>每 15 視作 1 單位量，<br/>500 是 30 個 15 又 3 個 15，<br/>最後剩餘 5，不到 1 個 15。</p> |
| <p>(2)</p> $  \begin{array}{l}  500 \div 15 = 33 \dots 5 \\  500 = 15 \times 33 + 5 \\  -5 \qquad \qquad -5 \\  \\  495 = 15 \times 33  \end{array}  $                                                                                                                                                                                          |                                                                         |
| <p>(3)</p> $  \begin{array}{l}  500 \div 15 = 33 \dots 5 \\  500 = 15 \times 33 + 5 \\  +10 \qquad \qquad +10 \\  \\  510 = 15 \times 33 + 15 \times 1 \\  = 15 \times 34  \end{array}  $                                                                                                                                                       |                                                                         |
| <p>(4)</p> $  \begin{array}{l}  580 \div 15 = 38 \dots 10 \\  580 = 15 \times 38 + 10 \\  +5 \qquad \qquad +5 \\  585 = 15 \times 38 + 15 \times 1 \\  = 15 \times 39  \end{array}  $                                                                                                                                                           |                                                                         |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|--|
| <p>(5)</p> <table border="1" data-bbox="461 246 660 495"> <tr><td>585</td><td>39</td></tr> <tr><td>600</td><td>40</td></tr> <tr><td>615</td><td>41</td></tr> <tr><td>630</td><td>42</td></tr> <tr><td>645</td><td>43</td></tr> </table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 585 | 39 | 600 | 40 | 615 | 41 | 630 | 42 | 645 | 43 |  |
| 585                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 39  |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| 600                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 40  |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| 615                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 41  |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| 630                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 42  |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| 645                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 43  |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| <p>(6)</p> $650 \div 15 = 43 \dots 5$ $650 = 15 \times 43 + 5$ $\text{—}5 \qquad \qquad \text{—}5$ $645 = 15 \times 43$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |     |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |
| <p>(7)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>580</math><br/> <math>\downarrow</math><br/> <math>15 \times \boxed{38} + \boxed{10}</math><br/> <math>580 = 15 \times 38 + 10</math><br/> <math>\text{+}5 \qquad \text{+}5</math><br/> <math>585 = 15 \times 38 + 15 \times 1</math><br/> <math>= 15 \times 39</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>650</math><br/> <math>\downarrow</math><br/> <math>15 \times \boxed{43} + \boxed{5}</math><br/> <math>650 = 15 \times 43 + 5</math><br/> <math>\text{—}5 \qquad \text{—}5</math><br/> <math>645 = 15 \times 43</math> </div> </div> |     |    |     |    |     |    |     |    |     |    |  |

5. 練習題：弟弟有一桶彈珠，數量大約在 55~65 顆之間，每 3 顆一數，剛好數完。
- 請問弟弟的彈珠可能有幾顆？盡可能寫出你所理解的算法。



### ◎概念三：四則運算

數和數的運算有加、減、乘、除四種運算，當一個算式中有加有減、有乘有除，到底是我們該怎麼計算呢？還是，其實是我們想怎麼計算！

### 動動筆想數學

1. 試列出下列各題的算式：

(1) 噹~噹~噹~下課了！教室原本有 25 個人，走出去 13 個人，後來又進來 6 個人。請問現在有多少人，列出算式即可。

(2) 噹~噹~噹~下課了！教室原本有 25 個人，有 8 個男生和 5 個女生離開教室，後來又進來 2 個男生和 3 個女生。請問現在有多少人，列出算式即可。

(3) 爸爸的年齡是姊姊年齡的 2 倍和弟弟年齡的 3 倍相加後再多 5 歲，姊姊是 7 歲、弟弟是 5 歲，請列出爸爸年齡的算式。

(4) 爸爸的年齡是姊姊和弟弟年齡和的 3 倍，假設姊姊是 7 歲、弟弟是 5 歲，請列出爸爸年齡的算式。

2. 請試著依照敘述寫出它的算式：

(1) 七十二減掉三十六再加二十五，算式：\_\_\_\_\_

(2) 七十二減掉三十六與二十五的和，算式：\_\_\_\_\_

(3) 12 的 3 倍除以 4，算式：\_\_\_\_\_

(4) 12 的 3 倍除以 4 加上 48 除以 9 的 3 倍，算式：\_\_\_\_\_

3. 試回答下列各題：

(1)  $5-2+3$  可以算成  $5-(2+3)$  嗎？

(2)  $2+3\times 7$  可以算成  $(2+3)\times 7$  嗎？

(3)  $2+3\times 7$  可以算成  $(2+3)\times 7$  嗎？

(4)  $12\div 4\times 3$  可以算成  $12\div (4\times 3)$  嗎？

4. 請計算  $\square \times 3$ ，如果我們不知道  $\square$  是多少，我們可以算出  $\square \times 3$  是多少嗎？\_\_\_\_\_

5. 請計算  $\square \div 3$ ，如果我們不知道  $\square$  是多少，我們可以算出  $\square \div 3$  是多少嗎？\_\_\_\_\_

6. 請試著讀出算式並寫下來你怎麼讀的：

$5\times 2-3+5-12\div 3\times 4$ ，讀法：\_\_\_\_\_

7. 請你利用括號來確定下面算式的計算順序。

(1)  $5 \times 2 - 3 + 5 - 12 \div 3 \times 4$

(2)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times 2 + 3 \div 5 - 5$

## ◎小數與小數的運算

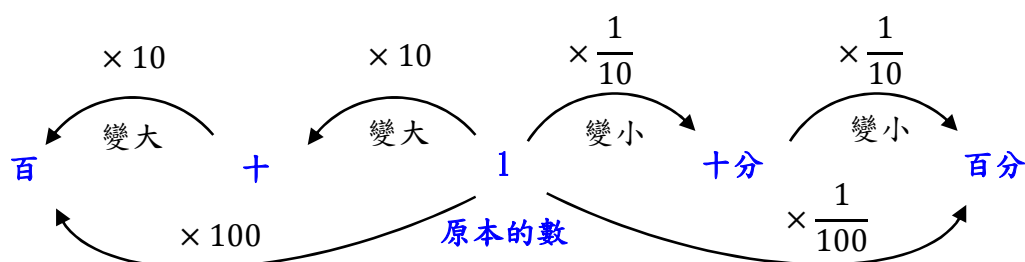
在撲克牌的遊戲當中，有一種玩法是「比大小」，因為撲克牌的點數為 1 到 13，所以，「比大小」會以點數 7 當基準，然後，猜猜看翻開的牌是比 7 大還是比 7 小。當你看到「小數」這個詞，是不是有「變小」的感覺？只是，怎麼樣的數才算是變小的數呢？以哪個數為基準呢？

## ◎概念一：小數

我們將整數以 10 進位記數，1~9 是個位數、10~99 是十位數、100~999 是百位數，依此類推！任意一個整數，每乘以 10 就晉一級，除以 10 就降一級。其中，個位數 1~9 的 10 倍是十位數，那麼，個位數除以 10 的數，我們應該用什麼名稱來表示這個位數呢？而個位數除以 100 的數，又稱作什麼位數呢？如果想要把這樣的數寫下來，我們應該要用什麼方式來區別和記錄呢？

## 動動筆想數學

1. 請觀察下面的圖示並回答問題：



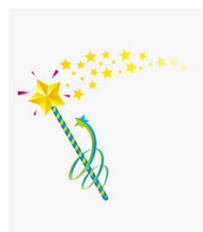
- (1) 當個位數要變成十位數，十位數要變成百位數，或者百位數要變成千位數，也就是說，數字要「進一位」，應是乘以多少呢？
- (2) 當十位數要變成個位數，個位數要變成十分位數，或者十分位數要變成百分位數，也就是說，數字要「退一位」，應是乘以多少呢？

(3) 從上面的圖示中，我們可以看到十分、百分是相對於十和百，那個相對的基準是以 \_\_\_\_\_ 為基準，也就是，把 \_\_\_\_\_ 做十分、百分、千分、....，而這些十分位、百分位、千分位...的數都是真分數！於是，我們利用「.」來把它做區分， $\frac{1}{10}$  用十進位的記錄方式，記為 0.1； $\frac{2}{10}$  用十進位的記錄方式，記為

0.2； $\frac{1}{100}$  用十進位的記錄方式，記為 0.01。

(4) 小數的「小」是什麼意思呢？也就是說，比哪一個數字小的數就是小數（純小數）？

2. (1) 有一根神奇的魔法棒，被它輕輕一點，所有的東西就會變大或 者變小！這就好像魔法棒上有任何的數，如果要讓東西變大， 那麼魔法棒可能會出現下列哪些數，被點一下就把東西變大了呢？（請打勾）



☐5    ☐3.2    ☐ $\frac{1}{3}$     ☐0.4    ☐ $\frac{5}{4}$     ☐0.02    ☐1    ☐0

(2) 承上題，如果要讓東西變小，那麼魔法棒可能就會出現下列哪些數，被點一下就把東西變大了呢？（請打勾）

☐5    ☐3.2    ☐ $\frac{1}{3}$     ☐0.4    ☐ $\frac{5}{4}$     ☐0.02    ☐1    ☐0

(3) 如果都沒有改變，還是原來的樣子，那麼魔法棒上出現的數字是多少呢？

(4) 如果是變不見、變沒有了，那麼魔法棒上的數字是多少呢？

3. 讓我們來理清楚 67.35 這個數，它的每個位數的意思是什麼？

| 百   | 十  | 個 | 十分             | 百分              |
|-----|----|---|----------------|-----------------|
| 100 | 10 | 1 | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ |
|     | 6  | 7 | 3              | 5               |

數字 6 的等級是 十 位

⇒ 代表有 6 個 10，數值是 60 倍

數字 7 的等級是 \_\_\_\_\_ 位，

⇒ 代表有 7 個 \_\_\_\_\_，數值是 \_\_\_\_\_ 倍

數字 3 的等級是 \_\_\_\_\_ 位，

⇒ 代表有 3 個 \_\_\_\_\_，數值是 \_\_\_\_\_ 倍

數字 5 的等級是 \_\_\_\_\_ 位，

⇒ 代表有 5 個 \_\_\_\_\_，數值是 \_\_\_\_\_ 倍

4. 下面定位板上的數字 3，它實際上所表示的數值是多少呢？

| 千位   | 百位  | 十位 | 個位 | 十分位            | 百分位             | 千分位              |
|------|-----|----|----|----------------|-----------------|------------------|
| 1000 | 100 | 10 | 1  | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{1000}$ |
|      |     |    |    | 3              |                 |                  |

☐30   ☐3   ☐.3   ☐0.3   ☐0.03

5. 數字 3 分別寫在定位板甲、乙、丙三種不同的位置，請完成填空。

| 千位   | 百位  | 十位             | 個位             | 十分位            | 百分位             | 千分位              |
|------|-----|----------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| 1000 | 100 | 10             | 1              | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{1000}$ |
|      |     | 3 <sub>甲</sub> | 3 <sub>乙</sub> | 3 <sub>丙</sub> |                 |                  |

$3_{甲} = 3_{乙} \times \underline{\hspace{2cm}}$  ;  $3_{丙} = 3_{乙} \times \underline{\hspace{2cm}}$

如果將數乘以           ，小數點就會向右移 1 位，晉 1 個等級。

如果將數乘以           ，小數點就會向左移 1 位，退 1 個等級。

6. 右邊 5 個小數，你會用什麼方法來比較它們的大小呢？

怎麼樣可以更清楚容易的比出它們的大小呢？

|        |         |
|--------|---------|
| 0.08   | 0.0087  |
|        | 0.0807  |
| 0.0078 |         |
|        | 0.07008 |

7. 我們來看看下面幾種比較數字大小的方法：

| (1) 目視          | (2) 對位  | (3) 等級                               |
|-----------------|---------|--------------------------------------|
| 0.09、0.0065、    | 0.09    | 0.09 的等級 $\Rightarrow \frac{1}{100}$ |
| 0.01002、0.0056、 | 0.0065  | 0.0065 的等級 $\Rightarrow$             |
| 0.0063、0.0102   | 0.01002 | 0.01002 的等級 $\Rightarrow$            |
|                 | 0.0056  | 0.0056 的等級 $\Rightarrow$             |
|                 | 0.0063  | 0.0063 的等級 $\Rightarrow$             |
|                 | 0.0102  | 0.0102 的等級 $\Rightarrow$             |

請你寫下上面三種比較數字大小的方法，它們各自的優缺點。

8. 請比較下面 A、B、C、D 這 4 個小數的大小，當我們把小數點都對齊之後，接下來我們怎麼比出它們的大小呢？

A      3 . 0 0 4  
 B      1 0 . 5  
 C      0 . 0 5 9 8  
 D      0 . 2 0 3

## ◎概念二：小數的加減法

小數是相對應十位、百位、千位...比 1 小的數，所以小數的加減法的運算規則都是與整數相同，每滿 10 就進一位。

例題：若某數減 0.154 會等於 0.8765，請問某數是多少呢？  
 我們將這樣的問題，試著用式子表示：

某數  $- 0.154 = 0.8765 \Rightarrow$  將題目表示成算式  
 $+ 0.154 \quad + 0.154 \Rightarrow$  想知道某數，於是將 0.154 加回來  
 某數  $= 0.8765 + 0.154 \Rightarrow$  所以，某數等於 1.0305  
 $= 1.0305$   
 某數  $+ 0.154 = 1.0305 + 0.154 = 1.1845$

從上面的式子來看，當某數減去一數之後，若我們想知道某數，那麼就把減掉的數加回來。

☺練習題：若某數加 0.273 會等於 0.6541，請問某數是多少呢？

★減的還原（相反）是 \_\_\_\_\_ ；  
反之，加的還原（相反）是 \_\_\_\_\_ 。

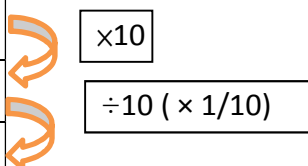
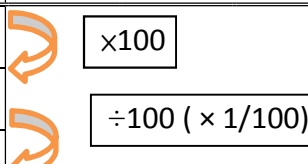
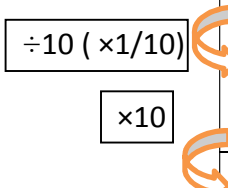
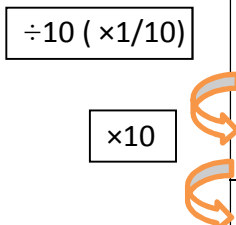
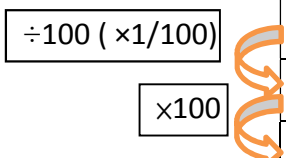
### ◎概念三：小數的乘法

當我們在計算  $2.3 \times 3$  或者  $2.3 \times 3.1$ ，小數乘以整數或者小數乘以小數時，兩數相乘的直式中，小數點的位置該點在哪裡呢？應該對齊被乘數？乘數？還是都不是？

在理清楚之前，讓我們再複習一下數的等級與進退位的概念。

## 動動筆想數學

1. 試完成以下定位板的空格：

| 晉級←←  |                                                                                     |     |    |    | 等級                                                                                 | →→→降級 |       |        |  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|----|------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|--------|--|
| 4     | 3                                                                                   | 2   | 1  | 0  | ( )                                                                                | ( )   | ( )   | ( )    |  |
| 萬     | 千                                                                                   | 百   | 十  | 個位 | 十分                                                                                 | 百分    | 千分    | 萬分     |  |
| 10000 | 1000                                                                                | 100 | 10 | 1  | 0.1                                                                                | 0.01  | 0.001 | 0.0001 |  |
| (1)   |                                                                                     | 7   | 8  | 9  |  |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
| (2)   |                                                                                     | 7   | 8  | 9  |  |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
| (3)   |  |     |    |    | 1                                                                                  | 2     | 3     | →記為( ) |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
| (4)   |  |     |    |    | 1                                                                                  | 2     | 3     | →記為( ) |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
| (5)   |  |     |    |    | 1                                                                                  | 2     | 3     |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |
|       |                                                                                     |     |    |    |                                                                                    |       |       |        |  |

★一個數若乘以 10，這個數就會 \_\_\_\_\_ 一級，小數點會向 \_\_\_\_\_ 移一位；一個數若除以 10，等同乘以  $\frac{1}{10}$ ，這個數就會 \_\_\_\_\_ 一級，小數點會向 \_\_\_\_\_ 移一位。

2. 我們來想一想、算一算，小數的乘法，它的直式過程書寫的方式。

◎整數乘以小數

(1)  $23 \times 0.1 = 2.3$

|                                                                             |                                                                                                                                                      |                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 23 \\ \times 0.1 \\ \hline 0.3 \\ \hline 2.3 \end{array}$ | $\xrightarrow{\times 10 \text{ 放大}}$<br>$\Rightarrow 3 \times 0.1$<br>$\Rightarrow 20 \times 0.1$<br>$\xleftarrow{\times \frac{1}{10} \text{ 縮小回來}}$ | $\begin{array}{r} 23 \\ \times 1 \\ \hline 23 \\ \hline 2.3 \end{array}$ |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|

$\times 0.1$  的意思是，1 倍再  $\frac{1}{10}$  倍

(2)  $23 \times 0.01 =$

(3)  $23 \times 0.3 =$

|                                                           |                                                                                         |                                                                      |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 23 \\ \times 0.3 \\ \hline \end{array}$ | $\xrightarrow{\times 10 \text{ 放大}}$<br>$\xleftarrow{\times \frac{1}{10} \text{ 縮小回來}}$ | $\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 69 \\ \hline \end{array}$ |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|

$\times 0.3$  的意思是，3 倍再  $\frac{1}{10}$  倍

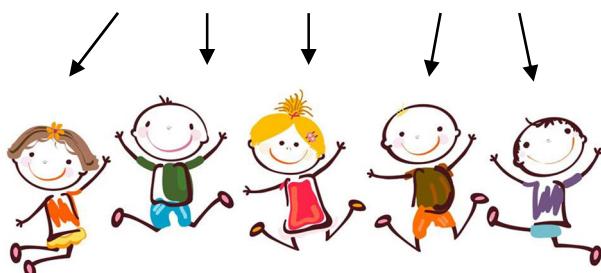
(4)  $23 \times 0.03 =$

 寫寫筆記

## ◎概念四：分數轉換成小數

我們來看一看  $3 \div 5 = \frac{3}{5} = 0.6$  是怎麼一回事。

現在有 3 塊蛋糕要分給 5 位小朋友

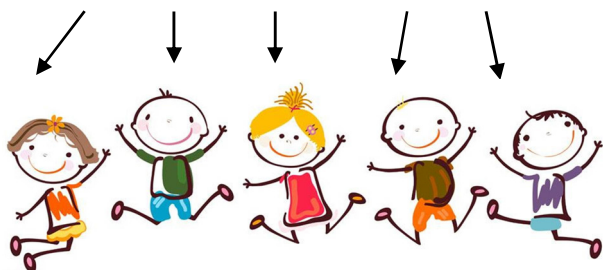


每個人拿一塊？不夠呀！怎麼辦呢？

沒錯！把蛋糕切小塊一點！



每塊切成 10 小塊，每 1 小塊是 0.1 塊蛋糕



現在，每個人輪流拿 1 小塊，最後每人各拿了多少小塊的蛋糕？有剩下的嗎？

$$\begin{array}{r} 0 \\ 5 \overline{)3} \end{array}$$

寫 0 的意思：每個人都沒辦法拿 1 整塊

$$\begin{array}{r} 0 \\ 5 \overline{)3.0} \end{array}$$

在 3 的後面寫 0 的意思是：  
把每個蛋糕切成 10 個小塊，  
也就是，將 3 塊變成 30 個 0.1  
小塊

也可以想成刻度更細了

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 5 \overline{)3.0} \\ \underline{3.0} \\ 0 \end{array}$$

寫 6 的意思是：每個人可以  
拿 6 個 0.1 小塊蛋糕，總共拿  
了 30 個 0.1 小塊蛋糕，而且  
沒有剩下

我們試著將  $20 \div 8$  的直式過程，每寫一個數字所代表的意思寫下來。

8 的 2 倍

第①步

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ 8 \overline{)20} \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

第⑤步

8 的 0.5 倍

8 的 2 倍是 16

第②步

20 減去 16 餘 4

第③步

第④步

再細分，把 4 分成 40 個 0.1

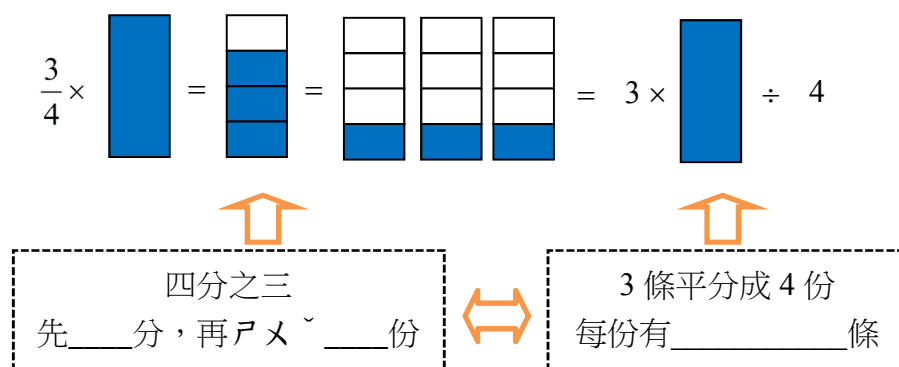
40 個 0.1 減去 40 個 0.1 等於 0

第⑦步

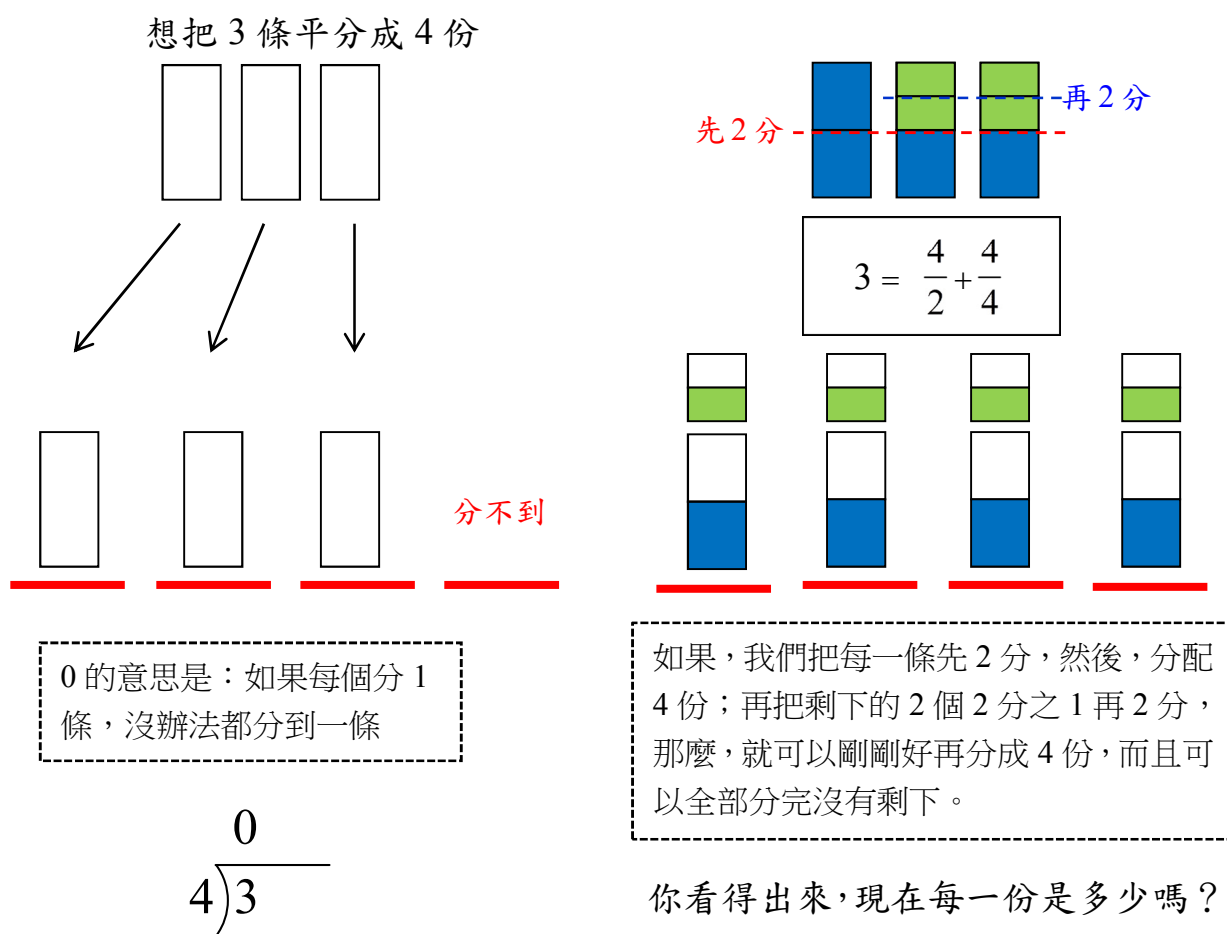
第⑥步

8 的 0.5 倍等於  
 $8 \times \frac{5}{10} = \frac{40}{10} = 40 \times \frac{1}{10}$   
也就是等於 40 個 0.1

1.  $\frac{3}{4}$  的意思是？



2. 用 2 分再 2 分的方法來操作  $3 \div 4$ 。

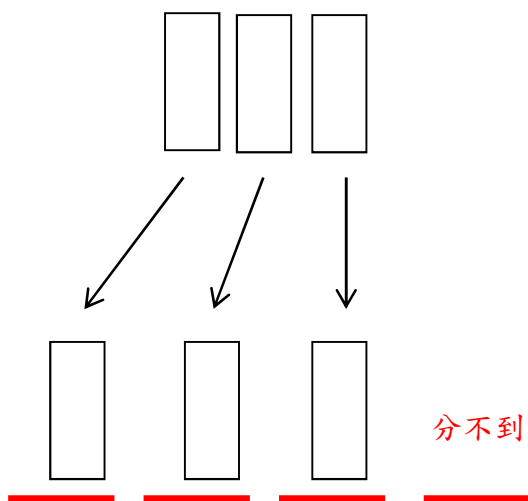


將 3，以 2 分之 1 來計算  $\Rightarrow 6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 3 = \frac{6}{2}$ ；分配 4 份  $\Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{2} \times 2$

$\frac{1}{2} \times 2$  剩 2 個 2 分之 1；把  $\frac{1}{2}$  再 2 分  $\Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{4}{4}$ ；分配 4 份  $\Rightarrow \frac{4}{4} = \frac{1}{4} \times 4$

3. 用 10 分再 10 分的方法來運作  $3 \div 4$ 。

想把 3 條平分成 4 份

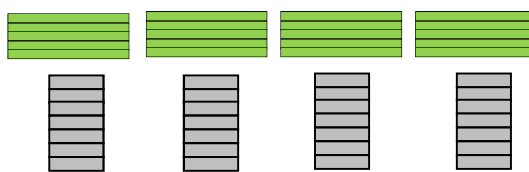
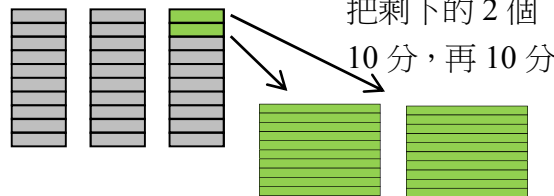


0 的意思是：如果每個分 1 條，沒辦法都分到一條

$$\begin{array}{r} 0 \\ 4 \overline{) 3} \end{array}$$

放大來看！

把剩下的 2 個 10 分，再 10 分



如果，我們把每一條先 10 分，然後，分配 4 份；再把剩下的 2 個 10 分之 1 再 10 分，那麼，就可以剛剛好再分成 4 份，而且可以全部分完沒有剩下。

你看得出來，現在每一份是多少嗎？

$$\begin{array}{r} 0.7 \\ 4 \overline{) 3.0} \\ \underline{2.8} \\ 2 \end{array}$$

每一份有 7 個 0.1

每一條 10 分

剩下 2 個 0.1

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4 \overline{) 3.00} \\ \underline{2.80} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

每一份有 5 個 0.01

剩下 2 個 0.1 再 10 分

剛好分完了！

將 3，以 10 分之 1 來計算  $\Rightarrow 10 \times \frac{1}{10} \Rightarrow 3 = \frac{30}{10}$ ；分配 4 份  $\Rightarrow \frac{30}{10} = \frac{7}{10} \times 4 + \frac{1}{10} \times 2$

$\frac{1}{10} \times 2$  剩 2 個 10 分之 1；把  $\frac{1}{10}$  再 10 分  $\Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{20}{100}$ ；分配 4 份  $\Rightarrow \frac{20}{100} = \frac{5}{100} \times 4$

4. 試著仿照第 3 題的過程，計算下列各題：

$$8 \overline{)7}$$

$$20 \overline{)3}$$

$$4 \overline{)9}$$

$$7 \overline{)4}$$

★怎麼分都分不完的時候，我們會配合實際需求，以四捨五入法或其它方式進行估計。