

數學科教師共備手冊

國中課程

單元 6

一元二次方程式



數學新世界

2018 年 09 月 編印

📖教學共備 memo

一、共備模式

(一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

(二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

(三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

二、共備流程

單元共備單	觀摩教學知能影片	學習單實踐教學
共備前	共備前	共備前
單元共備單反思	1.第 1 次反思單撰寫 2.CA 教學或教專研習影片觀摩 3.撰寫觀摩影片記錄	1.撰寫與編修單元學習單 2.確立學習單教學脈絡與設計想法 3.使用學習單教學
共備	共備	共備
1.討論單元共備單 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.討論觀摩影片記錄 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.分享教學心得感想 2.討論觀課記錄 3.發想概念發展教學設計
共備後	共備後	共備後
1.核心概念細部分析 2.概念發展的教學脈絡細部調整 3.嘗試概念發展的教學	1.第 2 次反思單撰寫 2.編修單元學習單	1. 編修單元學習單 2. 再次使用學習單教學

三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：_____ 共備日期：_____

本次共備主持人：_____ 共備紀錄：_____

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：_____）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：_____）

☐ 其他 _____

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他

一元二次方程式

一、單元名稱：乘法公式、多項式的運算、因式分解、配方法、公式解、一元二次方程式

二、反思提問：

1.從一次方程式到二次方程式，甚至是日後的三次或更多次的方程式，試著寫寫看，什麼樣的情境有機會出現二次或以上的關係式或算式？也就是說，在什麼樣的情境下會出現 $A \times B$ ，而且 A 和 B 都是使用相同的變數 x 的一次式？面積問題(從總長度的不變看面積的變)？旅行社(從單價和數量的變看總收入的變)或果樹問題(從產量和數量的變看總產量的變)？拋物線問題(從時間的變看高度的變)？還有嗎？

2.什麼情況下你會說 x 是未知數？什麼情況下你會說 x 是變數？未知數和變數有什麼不同？

3.下面的應用問題，你會說牙籤的長度是未知數還是變數呢？

偉明用牙籤去量一張長方形的紙片，發現紙片的長比牙籤長的兩倍少 1 公分，寬比牙籤長多 2 公分。若已知紙片的面積為 88 平方公分，則牙籤的長為幾公分？

4.二次函數和一元二次方程式有什麼不同？不同的觀點底下，在問題的解決的歷程中，函數與方程式的圖形分別代表什麼意義？這些圖形對問題的解決有什麼幫助？

5.因式分解法對於二次函數和一元二次方程式的意義分別是什麼？

6.配方法對於二次函數和一元二次方程式的意義分別是什麼？

7.多項式的『多』是什麼意思呢？『項』是什麼呢？那，『式』又是什麼呢？

8.多項式當中的 x 和方程式當中的 x ，有什麼不同呢？是未知數嗎？是變數嗎？還是，既不是未知數也不是變數呢？

9.算式「 $7 \div 2 = 3 \dots 1$ 」和「 $(x^2 + 1) \div x = x \dots 1$ 」有什麼不同呢？

三、試著撰寫下面名詞的核心概念。

未知數

變數

乘法公式

多項式

因式分解

配方法

一元二次方程式

二次函數

四、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
未知數			
變數			
乘法公式			
多項式			
因式分解			
配方法			
一元二次方程式			
二次函數			

五、觀摩、討論&修改

1.參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

(1)數學新世界--CA 談數學--20170927 臺北市三民國中 多項式函數 part1
(23:50-1:09:20)

(2)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part1

(3)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part2

(4)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part3

(5)數學新世界--CA 談數學--20161223 彰泰國中 八年級 一元二次方程式

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

六、學習單：完整版請參考數學新世界國中八年級教材

一元二次方程式

1. 手機 iphone8 有兩種尺寸，4.7 吋和 5.5 吋，你覺得面板大小，5.5 吋會是 4.7 吋的幾倍大呢？

$$\square \frac{5.5}{4.7} \quad \square \frac{5.5}{4.7} \times \frac{5.5}{4.7}$$

2. 一條長度為 18 的繩子可以圍出來的矩形面積可以有多大呢？

矩形

(1) 請完成下面空格

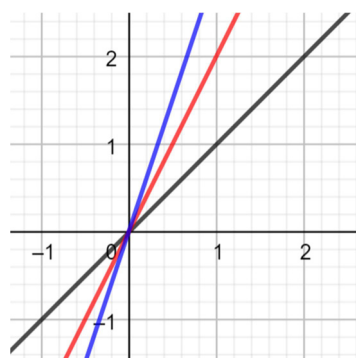
長	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
寬	9	8								0
面積	0	8								0

(2) 矩形面積最大可以有多大呢？

(3) 有沒有辦法圍出面積是 6 的矩形呢？☐ 可以 ☐ 不可以

(4) 面積是 12 的矩形的長和寬有多長呢？

3. 右邊是 $y = x$ 、 $y = 2x$ 、 $y = 3x$ 的圖形，猜猜看， $y = xx$ 的圖形會長什麼樣子呢？試著大膽的畫畫看！直覺就好喔！不用很準！



4. 阿雄將成本為 40 元的杯子，以 50 元的價格賣出，能賣出 500 個。若阿雄將售價調漲 1 元，則杯子就會少賣 10 個。今天阿雄想淨賺 8000 元，則他要將杯子定價為多少元？可銷售多少個杯子？

5. 承上題， $(50+x-40)(500-10x)=8000$ 。

(1) 什麼情況下會完全賺不到錢？

(2) 利用(1)的解法思考 $(50+x-40)(500-10x)=8000$ 該怎麼算？

分開算和一起算

1. 分開算和一起算 part1

- (1) 甲班有 27 個學生，班上要舉辦慶生活動，為每個學生買了一塊蛋糕和一杯飲料，一塊蛋糕的價錢是  元，一杯飲料是  元，請將全班的花費列式。

- (2) 甲乙兩班聯合舉辦慶生活動，為每個學生買了一塊蛋糕和一杯飲料，一塊蛋糕的價錢是  元，一杯飲料是  元，請列出兩班的總花費。

(3) 完成下面空格

一起算	分開算
a. $2 \times (\star + \diamond)$	$= 2 \times \star + 2 \times \diamond$
b. $100 \times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
c.  $\times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
d. $2 \times \star + 2 \times \diamond$	$= 2 \times (\star + \diamond)$
e. $\odot \times \star + \odot \times \diamond$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
f. $\times \times (\star + \diamond) + \circ \times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
g. $(\star + \diamond) \times (\times + \circ)$	$= \times \times (\underline{\hspace{1cm}}) + \circ \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
h. $\times \times (\underline{\hspace{1cm}}) + \circ \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$	$= \times \times \star + \times \times \diamond + \circ \times \star + \circ \times \diamond$

2. 改變紀錄方式！

一起算 $\Rightarrow$ 分開算	分開算 $\Rightarrow$ 一起算
(1) $2 \times (\star + \diamond) = 2 \times \star + 2 \times \diamond$ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad 2 \\ \hline 2 \times \star \quad + 2 \times \diamond \end{array}$	(2) $2 \times \star + 2 \times \diamond = 2 \times (\star + \diamond)$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \quad \square \\ \hline 2 \times \star \quad + 2 \times \diamond \end{array}$

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(3) 🍌×(☆+◇)= _____ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad \quad \text{🍌} \\ \hline \square \quad \square \end{array}$	(4) 🍌×☆+🍌×◇= _____ × _____ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \quad \square \\ \hline \text{🍌} \times \star \quad + \text{🍌} \times \diamond \end{array}$
(5) (☆+◇)×(※+○)= _____ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad \quad \text{※} \quad + \circ \\ \hline \circ \times \star \quad + \circ \times \diamond \\ \text{※} \times \star \quad + \text{※} \times \diamond \end{array}$	(6) ※×☆+※×◇+○×☆+○×◇ = _____ × _____ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \circ \times \star \quad + \circ \times \diamond \\ \text{※} \times \star \quad + \text{※} \times \diamond \end{array}$
(7) (a+b)×(c+d) = _____ $\begin{array}{r} a \quad + b \\ \times) \quad c \quad + d \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \end{array}$	(8) d×a + d×b + c×a + c×b = ()×() $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline d \times a \quad + d \times b \\ c \times a \quad + c \times b \end{array}$
(9) (a+b)×(a+b) = _____ $\begin{array}{r} a \quad + b \\ \times) \quad a \quad + b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$	(10) $a^2 + 2ab + b^2$ = ()×()=()² $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad + 2ab \quad + b^2 \end{array}$
(9) (a-b)×(a-b) = _____ $\begin{array}{r} a \quad - b \\ \times) \quad a \quad - b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$	(10) $a^2 - 2ab + b^2$ = ()×()=()² $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad - 2ab \quad + b^2 \end{array}$

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(13) $(a+b) \times (a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} a \quad +b \\ \times) \quad a \quad -b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$	(14) $a^2 - b^2 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad 0 \quad -b^2 \end{array}$
(15) $(x+3) \times (x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +3 \\ \times) \quad x \quad +3 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(16) $x^2 + 6x + 9$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +6x \quad +9 \end{array}$
(17) $(x-5) \times (x-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad -5 \\ \times) \quad x \quad -5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(18) $x^2 - 10x + 25$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +25 \end{array}$
(19) $(x+7) \times (x-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +7 \\ \times) \quad x \quad -7 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(20) $x^2 - 49$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +0x \quad -49 \end{array}$

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(21) $(x+3) \times (x+5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +3 \\ \times) \quad x \quad +5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(22) $x^2 + 8x + 15 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad + 8x \quad + 15 \end{array}$
(23) $(x-4) \times (x-6) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad -4 \\ \times) \quad x \quad -6 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(24) $x^2 - 10x + 24 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad - 10x \quad + 24 \end{array}$
(25) $(x+4) \times (x-6) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +4 \\ \times) \quad x \quad -6 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(26) $x^2 - 2x - 24 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad - 2x \quad - 24 \end{array}$
(27) $(2x+3) \times (4x+5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} 2x \quad +3 \\ \times) \quad 3x \quad +5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(28) $8x^2 + 22x + 15 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline 8x^2 \quad + 22x \quad + 15 \end{array}$
(29) $(3x+4) \times (2x-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} 3x \quad +4 \\ \times) \quad 2x \quad -7 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(30) $6x^2 - 13x - 28 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline 6x^2 \quad - 13x \quad - 28 \end{array}$

多項式的乘法和除法

1. 慢慢地做乘法：

- ①乘開 $(x+2) \times (x+3)$
 ②作合併
 ③怎麼”排”比較容易對齊來作合併

$$(x+2) \times (x+3)$$

=

先由老師說明
再由學生做！

2. 慢慢地做乘法：

- ①乘開 $(x^2-4x+3) \cdot (3x-2)$
 ②作合併
 ③怎麼”排”比較容易對齊來作合併

$$(x^2-4x+3) \cdot (3x-2)$$

=

3. 乘開，並依照上題的方式來記錄結果。

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad 3x+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad 3x-4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ \times) \quad -3x+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ \times) \quad -3x-4 \\ \hline \end{array}$$

4. 填填看～

$$\begin{array}{r} 3x+4 \\ \times) \quad \square-1 \\ \hline -3x-4 \\ 15x^2+20x \\ \hline 15x^2+17x-4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x-1 \\ \times) \quad \square-5 \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 8x^2-22x+5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x+2 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline -24x^2+31x-10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square+\square \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 3x^2+16x+5 \end{array}$$

5. 請仔細想想下列兩題的關係：

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 6x^2+23x+20 \end{array}$$

$$(6x^2+23x+20) \div (2x+5)$$

6. 承上題，請仔細想想下列兩題的關係：

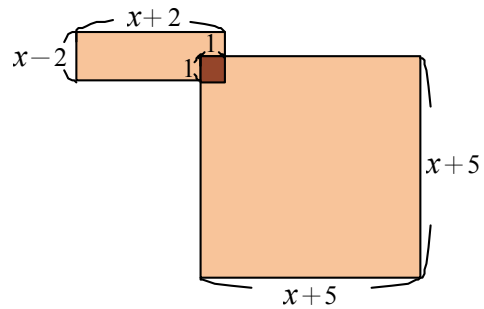
$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 6x^2+23x+\square \end{array}$$

$$(6x^2+23x+21) \div (2x+5)$$

21

一元二次方程式練習題

1. 如右圖，一個矩形與一個正方形重疊在一起。如果重疊處(咖啡色部分)是邊長為 1 的正方形，那麼疊合後的總面積為多少？(以 x 的多項式表示)



2. 若 $(383-83)^2 = 383^2 - 83 \times a$ ，求 a 的值。
3. 化簡 $(8x^2 + 5x - 6) + (ax^2 - 6x + b)$ 的結果，若 x^2 項係數為 2，常數項是 3，求 a 、 b 的值。
4. 解一元二次方程式
- (1) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (2) $x(x - 8) = 1584$
5. 小芳 一年前年齡的平方恰好等於 11 年後的年齡，那麼小芳 今年幾歲？

配成平方法

1. 請在空格中填入適當的答案，透過搭配一個數字來配成完全平方。

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad x \quad +3 \\
 \times) \quad x \quad +3 \\
 \hline
 \quad \quad +3x \quad +9 \\
 x^2 \quad +3x \\
 \hline
 x^2 \quad +6x \quad +9
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x+3)^2 &= (x+3)(x+3) \\
 &= x^2 + 6x + 9 \\
 x^2 + 6x + 9 &= (x+3)(x+3) \\
 &= (x+3)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad x \quad +5 \\
 \times) \quad x \quad +5 \\
 \hline
 \quad \quad \square \quad \square \\
 \square \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x+5)^2 &= (x+5)(x+5) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 \underline{\hspace{2cm}} &= (x+5)(x+5) \\
 &= (x+5)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (3) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +8x \quad +16
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 + 8x + 16 \\
 x^2 + 8x + 16 &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (4) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -14x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 - 14x + \square \\
 x^2 - 14x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (5) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +5x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 + 5x + \square \\
 x^2 + 5x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (6) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -7x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 - 7x + \square \\
 x^2 - 7x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

(7)(8)(9)也希望可以模仿上面作法，透過搭配一個數字來配成完全平方，但必須做部分調整喔，請在算式下方寫出完整的算式調整和轉化的過程。

$$\begin{array}{r}
 (7) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +10x \quad +22 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 + 10x + 22 + \square = (\quad)^2$$

$$\begin{array}{r}
 (8) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -6x \quad +4 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 4 + \square = (\quad)^2$$

$$\begin{array}{r}
 (9) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +4x \quad +2 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 2 + \square = (\quad)^2$$

2. 請在空格中填入適當的答案，目標是可以透過搭配一個數字或經過調整，可以變成完全平方。

x □	(1) $x^2+12x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$	(4) $x^2-2x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$
×) x □	(2) $x^2-8x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$	(5) $x^2+7x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$
□x □	(3) $x^2+14x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$	(6) $x^2-11x+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$
x ² □x	(7) $x^2+12x+25+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$	
x ² +12x □	(8) $x^2-2x-5+\underline{\hspace{1cm}}=(\underline{\hspace{1cm}})^2$	

因式分解法

1. 請在空格中填入適當的答案，不見得一樣！讓算式完成因式分解。

(1) x +2	(2) x +3	(3) x □
×) x +5	×) x +2	×) x □
+5x +10	□ □	□x □
x ² +2x	□ □	x ² □x
x ² +7x +10	□ □ □	x ² +8x +12
$(x+2)(x+5)=x^2+7x+10$	$(x+3)(x+2)=\underline{\hspace{1cm}}$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})=x^2+8x+12$
$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$	$\underline{\hspace{1cm}}=(x+3)(x+2)$	$x^2+8x+12=(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$
(4) x □	(5) x □	(6) x □
×) x □	×) x □	×) x □
□x □	□x □	□x □
x ² □x	x ² □x	x ² □x
x ² -7x +12	x ² +2x -15	x ² -3x -24
$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})=x^2-7x+12$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})=x^2+2x-15$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})=x^2-3x-24$
$x^2-7x+12=(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$	$x^2+2x-15=(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$	$x^2-3x-24=(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$

2. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

(1) 3x +4	(2) 5x +2	(3) □x □
×) 2x +7	×) 4x +3	×) □x □
+21x +28	□ □	□x □
6x ² +8x	□ □	□x ² □x
6x ² +29x +28	□ □ □	15x ² +22x +8
$(3x+4)(2x+7)=6x^2+29x+28$	$(5x+2)(4x+3)=\underline{\hspace{1cm}}$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})=15x^2+22x+8$
$6x^2+29x+28=(3x+4)(2x+7)$	$\underline{\hspace{1cm}}=(5x+2)(4x+3)$	$15x^2+22x+8=(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$

(4) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $3x^2 \quad -7x \quad +2$ $(\square)(\square) = 3x^2 - 7x + 2$ $3x^2 - 7x + 2 = (\square)(\square)$	(5) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $6x^2 \quad +11x \quad -10$ $(\square)(\square) = 6x^2 + 11x - 10$ $x^2 + 11x - 10 = (\square)(\square)$	(6) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $15x^2 \quad -x \quad -6$ $(\square)(\square) = 15x^2 - x - 6$ $15x^2 - x - 6 = (\square)(\square)$
---	--	---

(7) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $4x^2 \quad -12x \quad +9$ $(\square)(\square) = 4x^2 - 12x + 9$ $4x^2 - 12x + 9 = (\square)(\square)$	(8) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $25x^2 \quad +20x \quad 4$ $(\square)(\square) = 25x^2 + 20x + 4$ $25x^2 + 20x + 4 = (\square)(\square)$	(9) $\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $49x^2 \quad \quad \quad -36$ $(\square)(\square) = 49x^2 - 36$ $49x^2 - 36 = (\square)(\square)$
--	--	---

(10) $\square$ $\square$ $\times)$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $-4xz \quad -6yz$ $10x^2 \quad +15xy$ $(\square)(\square) = 10x^2 - 4xz + 15xy - 6yz$ $10x^2 - 4xz + 15xy - 6yz = (\square)(\square)$	(11) $\square$ $\square$ $\square$ $\times)$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $x^3 \quad \quad \quad +1$ $(\square)(\square)(\square) = x^3 + 1$ $x^3 + 1 = (\square)(\square)(\square)$
--	---

3. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

$\square x$ $\square$ $\times)$ $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $x^2 \quad +7x \quad -18$	(1) $x^2 + 7x - 18 = (\square)(\square)$ (2) $x^2 - x - 6 = (\square)(\square)$ (3) $6x^2 + 17x + 5 = (\square)(\square)$ (4) $4x^2 + 11x - 3 = (\square)(\square)$	(5) $6x^2 - x - 12 = (\square)(\square)$ (6) $3x^2 - 7x + 2 = (\square)(\square)$ (7) $12x^2 - 8x - 15 = (\square)(\square)$ (8) $6x^2 - 5x - 6 = (\square)(\square)$
--	---	---

4. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

$\begin{array}{r} x \quad \square \\ \times) \quad x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -5x \quad \square \end{array}$	$(1)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(2)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(3)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(4)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$
$\begin{array}{r} x \quad \square \\ \times) \quad x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad \square x \quad -12 \end{array}$	$(5)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(6)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(7)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(8)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$

求一元二次方程式的解

一、準備

1. 求平方根 $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ 、 $(-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = 3$ (1) 求方程式 $x^2=5$ 的解 $x^2=5$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = 5$ $\Rightarrow (\quad \quad) \times (\quad \quad) = 5$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$ (2) 求方程式 $x^2=0$ 的解 $x^2=0$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad \quad) \times (\quad \quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$ (3) 求方程式 $x^2=-5$ 的解 $x^2=-5$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = -5$ $\Rightarrow (\quad \quad) \times (\quad \quad) = -5$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$	2. 兩數相乘等於零 $a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$ (1) 求方程式 $(x-2)(x-5)=0$ 的解 $(x-2)(x-5)=0$ $\Rightarrow (\quad \quad) = 0$ 或 $(\quad \quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$ (2) 求方程式 $(x+1)(x+4)=0$ 的解 $(x+1)(x+4)=0$ $\Rightarrow (\quad \quad) = 0$ 或 $(\quad \quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$ (3) 求方程式 $(x-2)(3x+1)=0$ 的解 $(x-2)(3x+1)=0$ $\Rightarrow (\quad \quad) = 0$ 或 $(\quad \quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad \quad)$
---	--

1. 求平方根	2. 兩數相乘等於零
(4) 求方程式 $(x-3)^2=5$ 的解 $(x-3)^2=5$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = 5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(4) 求方程式 $(x)(x+3)=0$ 的解 $(x)(x+3)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(5) 求方程式 $(x-3)^2=0$ 的解 $(x-3)^2=0$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = 0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(5) 求方程式 $(x)(2x-7)=0$ 的解 $(x)(2x-7)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(6) 求方程式 $(x-3)^2=-5$ 的解 $(x-3)^2=-5$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = -5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = -5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(6) 求方程式 $x^2+4x=0$ 的解 $x^2+4x=0$ $\Rightarrow (x) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(7) 求方程式 $2(x+3)^2=5$ 的解 $2(x+3)^2=5$ $\Rightarrow (x+3) \times (x+3) = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(7) 求方程式 $3x^2-5x=0$ 的解 $3x^2-5x=0$ $\Rightarrow (x) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$

二、執行

1. 配成平方法(一定可以)	2. 因式分解法(有時不行)
(1) 求方程式 $x^2+8x+7=0$ 的解 $x^2+8x+7=0$ $\Rightarrow x^2+8x+7+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\square x \quad \square$ $\times) \quad \square x \quad \square$ $\square x \quad \square$ $x^2 \quad \square x$ $x^2 \quad +8x \quad +7+\square$	(1) 求方程式 $x^2+8x+7=0$ 的解 $x^2+8x+7=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$ $\square x \quad \square$ $\times) \quad \square x \quad \square$ $\square x \quad \square$ $x^2 \quad \square x$ $x^2 \quad +8x \quad +7$

1. 配成平方法(一定可以)	2. 因式分解法(有時不行)
(2) 求方程式 $x^2-10x+21=0$ 的解 $x^2-10x+21=0$ $\Rightarrow x^2-10x+21+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +21+\square \end{array}$	(2) 求方程式 $x^2-10x+21=0$ 的解 $x^2-10x+21=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0 \text{ 或 } (\quad) = 0$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +21 \end{array}$
(3) 求方程式 $2x^2+3x-5=0$ 的解 $2x^2+3x-5=0$ $\Rightarrow x^2+\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +\frac{3}{2}x \quad -\frac{5}{2}+\square \end{array}$	(3) 求方程式 $2x^2+3x-5=0$ 的解 $2x^2+3x-5=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0 \text{ 或 } (\quad) = 0$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ 2x^2 \quad \square x \\ \hline 2x^2 \quad +3x \quad -5 \end{array}$

重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>