

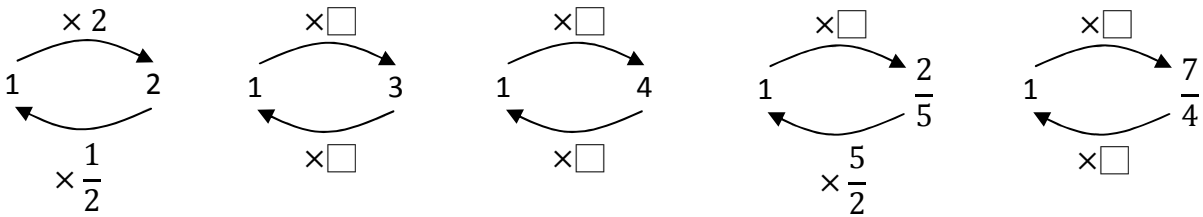
3-1 根號數與根式運算

陳梅仙、洪賢松 20170820

一、關於數字：

1. 你學過那些**種類**的數字？請寫出來！
2. ”1,2,3,4,...”這些是什麼數字呢？我們怎麼**稱呼**它們？

3. 填填看！



4. 一張紙的 $\frac{1}{3}$ 有多長？請拿出一張紙試摺看看，要**精準**喔。

5. 我們知道 $1 \div 2 = 0.5$ ，那 $1 \div 3$ 可以寫成什麼呢？

(1) 把 $1 \div 3$ 寫成 0.33，顯然**不夠**，我們是怎麼**檢查**的呢？

(2) 把 $1 \div 3$ 寫成 0.34，顯然**太多了**，我們是怎麼**檢查**的呢？

(3) 請發揮你的**創意**，我們應該怎麼表現 $1 \div 3$ 最好呢？

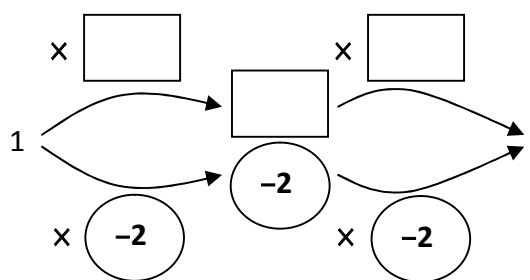
6. 李安執導的”少年 π 的奇幻漂流”， π 這個數字代表什麼呢？數字有多大呢？

- 小結論：
1. 當我們想知道一個不知道的**數字**有多大，我們會先_____，然後再_____是否正確。
 2. 當我們想表現一個**寫不完**的數字，最簡單的手段就是給個_____來**代表**這個數字。

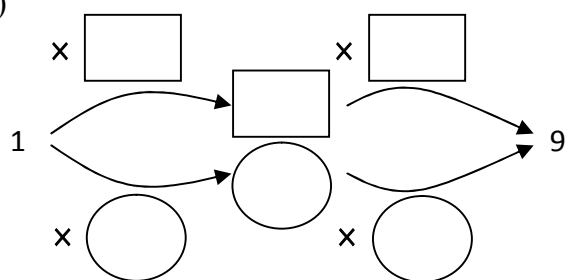
7. 下面是一些經過**相同倍率兩次縮放**的數字，請你在空格中**猜出**適當數字來完成運算

註：每小題中同類型的 3 個空格的數字都一樣喔，(5)(6)(7)猜兩數乘積**比較接近**結果的數就好！

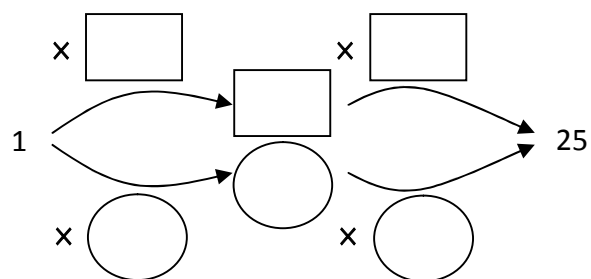
(1)



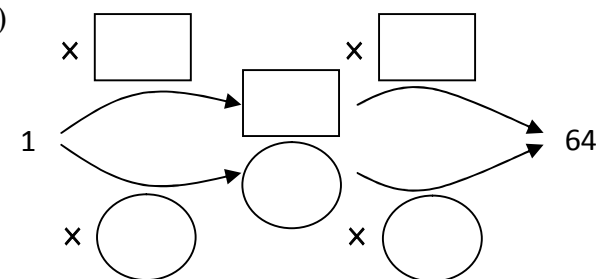
(2)



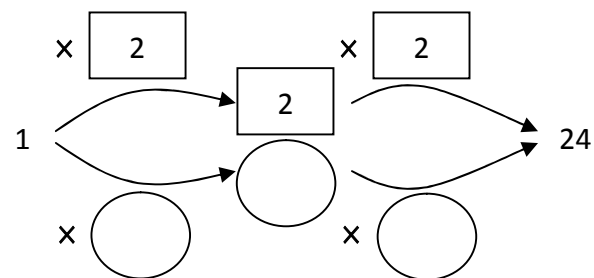
(3)



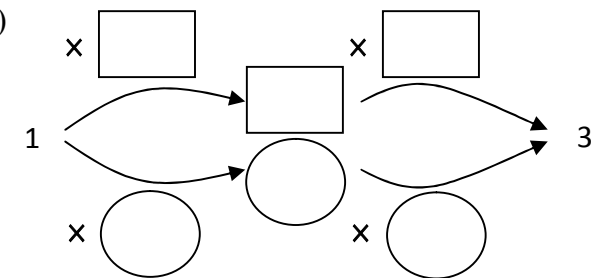
(4)



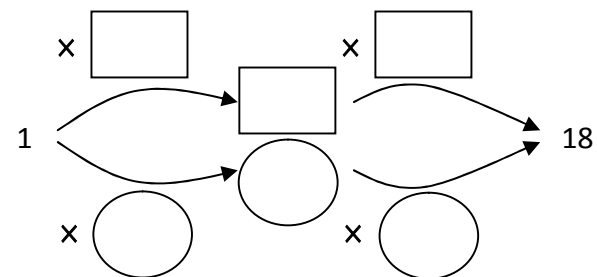
(5)



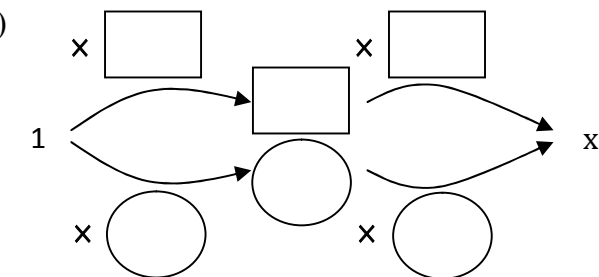
(6)



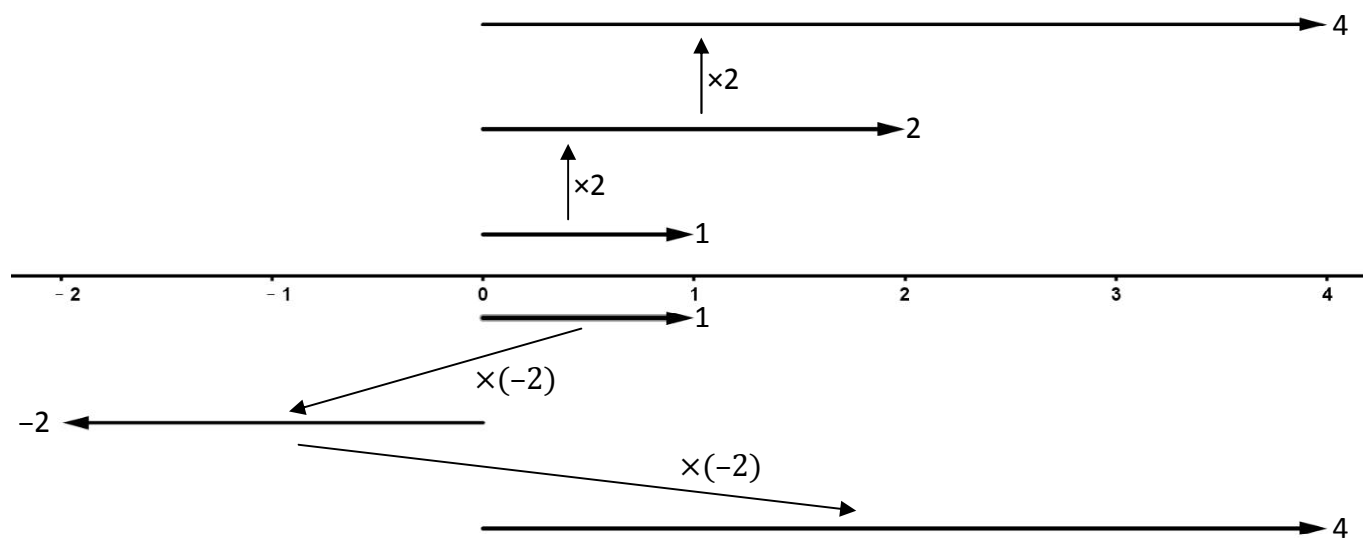
(7)



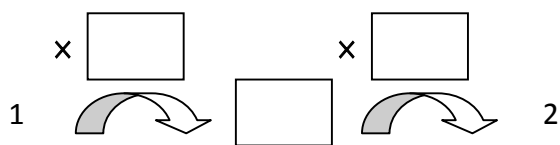
(8)



我們利用數線可以將(1)的圖形畫成下面的樣子喔。



8. 透過先**猜測**然後**檢查**的手段，請寫出空格中的數字，並將猜測過程做紀錄寫下來或畫下來。



(1) 下面哪一支筆比較長呢？你是怎麼比出來的呢？



(2) 同樣的，我們想**猜**出空格中的數字應該多少時平方才會等於 2，也就是 $\square^2 = 2$ 。

等於是在討論 $\square^2 - 2 = 0$

這時候我們稱 $\square$ 是 2 的 平方 根 (二次方根)

那 $\square^2 - 7 = 0$

這時候我們稱 $\square$ 是 的 根

那 $\square^5 - 11 = 0$

這時候我們稱 $\square$ 是 的 根

小結論：根號數相乘去根號！ $\sqrt{5}$ 有多大，我們不知道，但是，

我們知道將 $\sqrt{5}$ 平方就會是 5，也就是 $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$ ， $(\sqrt{5})^2 = 5$ 。

二、根號數與根式運算

1. 試著將下面的根號數做**改寫(簡化)**，請完成(1)(3)的**填空**，再完成其它小題的**改寫(簡化)**

(1) $\sqrt{4}$ 會是多少呢？

(2) $\sqrt{49}$ 會是多少呢？

$$\begin{array}{ccccccc} \sqrt{4} & = & \square & \times & \square & = & \square \\ \downarrow \text{平方} \quad \square^2 & & \uparrow \sqrt{\quad} & & \uparrow \text{開根號} & & \\ 4 & = & 2 & \times & 2 & & \end{array}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4} = \underline{\quad}$$

(3) $\sqrt{18}$ 會是多少呢？

$$\begin{array}{ccccccccccc} \sqrt{18} & = & \square & \times & \square & = & \square & \times & \square & \times & \square & = & \square \\ \downarrow \text{平方} \quad \square^2 & & \uparrow \sqrt{\quad} & & \uparrow \sqrt{\quad} & & \uparrow \sqrt{\quad} & & \uparrow \sqrt{\quad} & & \uparrow \text{開根號} & & \\ 18 & = & 9 & \times & 2 & = & 3 & \times & 3 & \times & 2 & & \end{array}$$

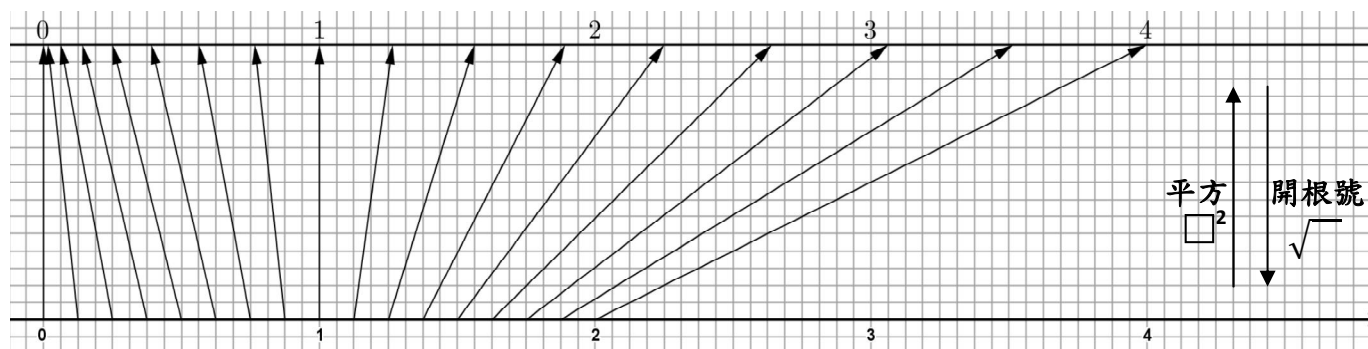
$$\Rightarrow \sqrt{18} = \underline{\quad}$$

(4) $\sqrt{60}$ 會是多少呢？

(5) $\sqrt{144}$ 會是多少呢？

小結論： $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a \Rightarrow a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ ， $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 。

2. 下面的圖形表現出數字平方與開根號的紀錄，請利用下面的圖形估計下面的問題：



(1) $\sqrt{2} \square \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{0.4} \square \sqrt{0.6}$

(3) $\sqrt{\frac{1}{2}} \square \sqrt{\frac{1}{3}}$

(4) $\sqrt{0.5} \square 0.5$

(5) $\sqrt{7} \square 7$

(6) $5\sqrt{2} \square 4\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{5} + \sqrt{7} \square \sqrt{6} + \sqrt{6}$

小結論：1.當數字大於1，數字開根號後的數字會 ☐變大 ☐變小 ☐不變。

2.當數字等於1，數字開根號後的數字會 ☐變大 ☐變小 ☐不變。

3.當數字小於1，數字開根號後的數字會 ☐變大 ☐變小 ☐不變。

4. $a > b > 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。

3. 請合併(簡化)計算出下列各式的結果。

(1) $3 + \sqrt{16}$

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{2}$

(3) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3} + \sqrt{300}$

(5) $\sqrt{2} + \sqrt{18}$

(6) $\sqrt{27} + \sqrt{32} - \sqrt{18} + 2\sqrt{3}$

4. (1) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 的結果你會寫成什麼？

(2) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$ 的結果你會寫成什麼？

5. 根號數的**近似值**：請說明 $\sqrt{19}$ 有多大？

(1) 請試著使用**估算**的方法估計 $\sqrt{19}$ 有多大，估計到小數第 1 位。

(2) 使用**計算機**計算 $\sqrt{19}$ 。

(3) **查表法**：利用**乘方開方表**，回答下面問題

① 請查出 $\sqrt{19}$ 的數值。

② 請查出 $\sqrt{190}$ 的數值。

③ 請查出 $\sqrt{441}$ 的數值。

N	N ²	$\sqrt{N}$ 的近似值	$\sqrt{10N}$ 的近似值
17	289	4.1231	13.0384
18	324	4.2426	13.4164
19	361	4.3589	13.7840
20	400	4.4721	14.1421
21	441	4.5826	14.4914

7. 根號數**綜合練習**。

(1) $\sqrt{25} =$

(2) $\sqrt{12} =$

(3) $\sqrt{54} =$

(4) $\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3} =$

(5) $\sqrt{2^6 \times 3^5 \times 5^2} =$

(6) $\sqrt{2^{2017}} =$

$$(7) \quad 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} =$$

$$(8) \quad \sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{72} + \sqrt{50} =$$

$$(9) \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$$

$$(10) \quad (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 =$$

$$(11) \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

(9) 利用所附的乘方開方表，求出下列各數的近似值。

N	N ²	$\sqrt{N}$ 的近似值	$\sqrt{10N}$ 的近似值	N	N ²	$\sqrt{N}$ 的近似值	$\sqrt{10N}$ 的近似值
40	1600	6.324555	20.00000	44	1936	6.633250	20.97618
41	1681	6.403124	20.24846	45	2025	6.708204	21.21320
42	1764	6.480741	20.49390	46	2116	6.782330	21.44761
43	1849	6.557439	20.73644	47	2209	6.855655	21.67948

$$(1) \quad \sqrt{46} = \underline{\hspace{2cm}}。 \quad (2) \quad \sqrt{1764} = \underline{\hspace{2cm}}。 \quad (3) \quad \sqrt{450} = \underline{\hspace{2cm}}。$$