

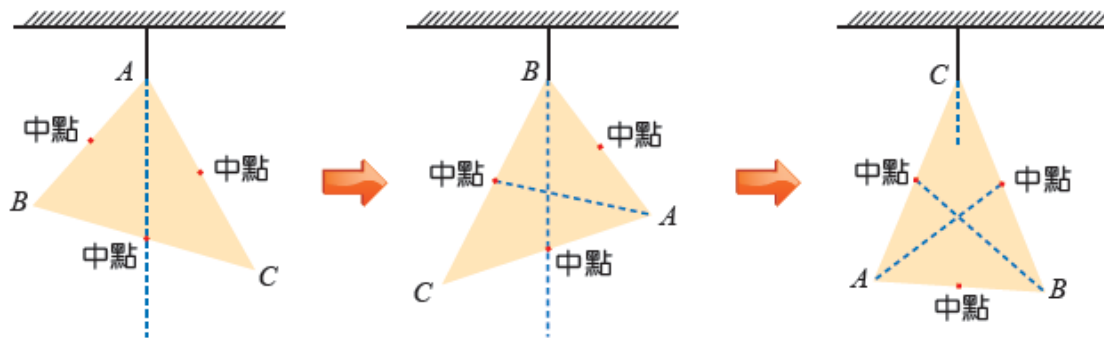
一、單元名稱：重心

二、反思提問：

1.重心應該是物理上的意義而不是形的性質，用手轉筆或轉書，走鋼索，當重心被撐住了就可以保持平衡，這平衡指的是重量相等嗎？還是？
平衡指的是不旋轉，重量相等不一定會平衡，還要看重量到支點的距離，即力矩相等才會平衡不轉動。

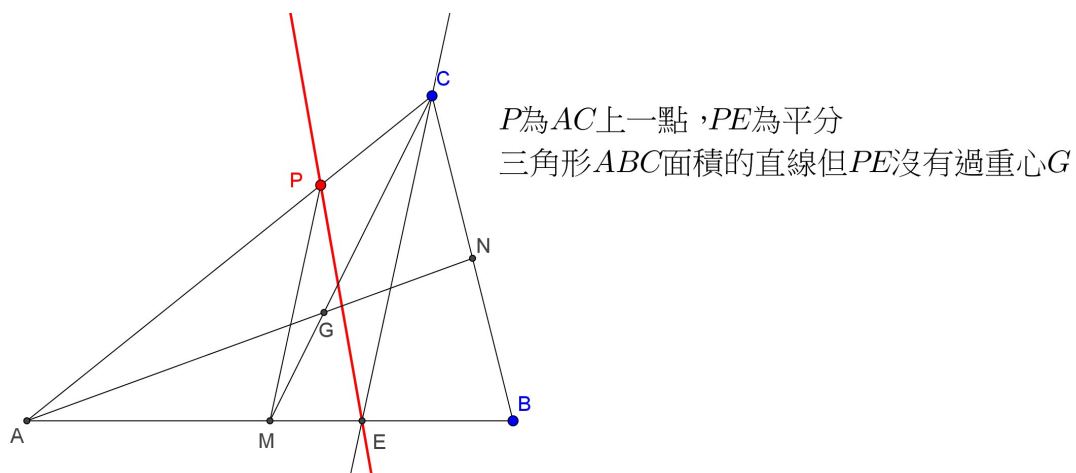
梅仙：重心是物體力矩的平衡點，就是旋轉物體時可以保持平衡的中心。

2.課本透過懸吊法找出三角形的重心，問題是，為什麼重心會在三角形的中線上呢？是因為中線可以平分面積嗎？還是？

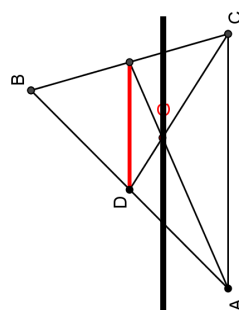
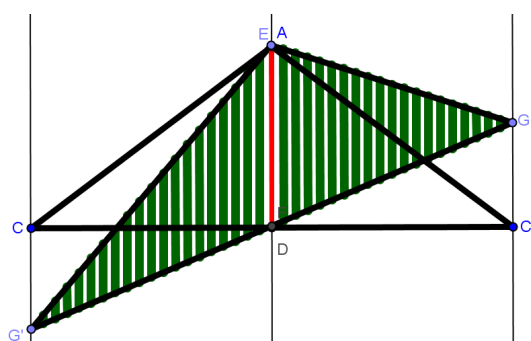


若將質地均勻的三角形切作許多平行底邊的木條，會發現每根質地均勻木條的重心皆為中點處，再將每個中點作連線就會形成中線，也就是可使三角形平衡的線。最後再取兩條中線的交點，即為重心，而第三條中線也必過重心，且凡過重心的線皆可使三角形達成平衡，那不一定是中線，故過重心的線未必可以將三角形面積平分。

(Q:反之，平分三角形面積的線會使三角形平衡？ ANS:不會，證明如下)



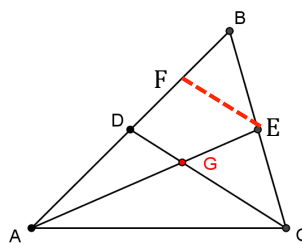
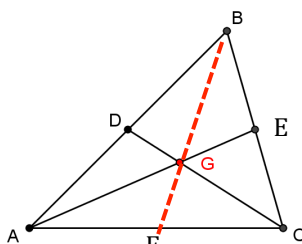
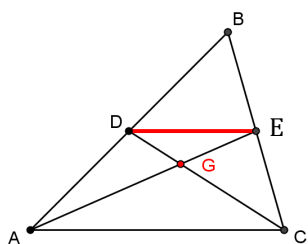
梅仙：課本採用懸吊法，很容易讓學生會有個誤解，面積相等是平衡的關鍵，在此，可以提問老師，懸吊法的保持平衡是因為面積相等嗎？還是？相等的理由其實是因為平行線截等比例線段，因為左右三角形共用中線為底，等高處會有等長線段，而有力矩平衡。



懸吊法平衡
但左右面積4:5

只要通過重心都會平衡，可以利用現場窗戶實際操作，來感受力矩平衡
兩個小實驗：往後坐並直直站起來(會起不來)，身體左側靠邊將右腳抬起來(會抬不起來)。

3.下面是課本證明重心就在三角形中線上 2:1 的方法，透過創造全等或相似來解題是很重要的訓練，你也來試試看，你可以找到幾種畫輔助線的方法來證明 2:1 呢？



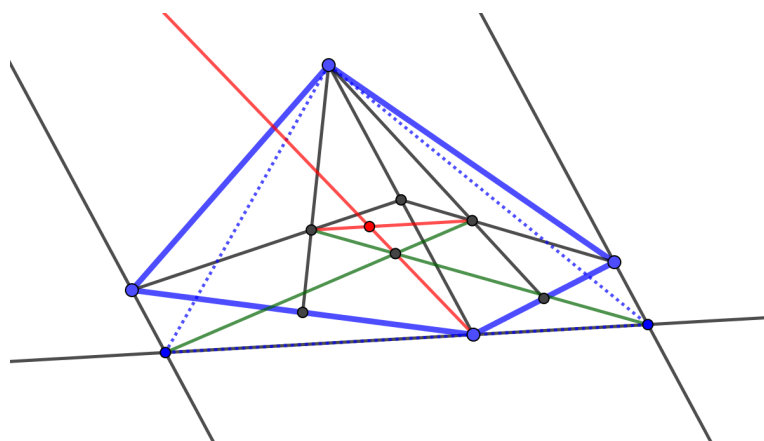
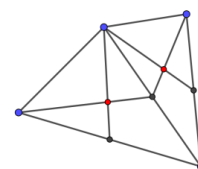
1. $\triangle DEG \sim \triangle ACG \quad \therefore \overline{EG} : \overline{GA} = 1:2$
2. 三中線將 $\triangle ABC$ 切為六小塊面積相等的三角形 $\therefore \overline{EG} : \overline{GA} = 1:2$
3. $\because \overline{EF} \parallel \overline{CD} \quad \therefore \overline{BF} : \overline{FD} : \overline{AD} = 1:1:2 \quad \therefore \overline{EG} : \overline{GA} = 1:2$

4.三角形的重心在中線交點，那四邊形呢？請試著找出右圖中四邊形的重心，估計看看！猜猜看！

將四邊形三角化後，利用三角形的重心找出四邊形的重心

梅仙：可以先請老師猜猜重心位置應該在哪裡

請看下面影片 10:00 有說明四邊形的重心怎麼找吊風鈴的方法，數學新世界-CA 談數學--20171122 屏東縣鶴聲國中 三角形重心 Part2



三、試著撰寫下面名詞的核心概念。

重心

物體受到重力的吸引，而產生了重量，而重量的中心，我們稱為重心，若找到物體的重心，便可使物體達到平衡，不轉動，即力矩相等，合力為 0。

梅仙：重心是物體力矩的平衡點，當物體旋轉起來時的旋轉中心。

四、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
重心	利用身邊的物件（窗戶、筆、掃把、木板、……）作實驗，感受重心的存在，尋找重心的位置。→從重心不穩慢慢找到平衡的地方，畫出至少兩條的平衡線後，取其交點便是重心的位置。→利用重心，可以使物體平衡，不轉動。 梅仙：感受重心的存在：兩個小實驗，往後坐並直直站起來(會起不來)，身體左側靠邊將右腳抬起來(會抬不起來)。 感受重心的旋轉：撐住物體重心後，旋轉仍可以保持平衡 感受力矩的平衡：翹翹板、掃把的平衡、窗戶平衡後擺放重量不等物件的平衡與移動平衡。		
三角形的重心	在一根細長木條上，平衡擺上一些扣條或木條拼出三角形 旋轉三角形仍可以保持平衡→梅仙：重心在三角形中線上 →因為重心是力矩平衡點，因此重心會偏向底邊，再引出 2：1		

五、觀摩、討論&修改

1.參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

(1)數學新世界--CA 談數學--20180111 新北市蘆洲國中 重心 Part2

(2)數學新世界-CA 談數學--20171122 屏東縣鶴聲國中 三角形重心 Part2 (多邊形重心的迷失)

(3)數學新世界--CA 談數學--20161215 台南永仁高中 重心 part1

(4)數學新世界--CA 談數學--20161215 台南永仁高中 重心 part2 (見證奇蹟，調出重心！)

(5)數學新世界--CA 談數學--20141215 東海國中 重心 part1

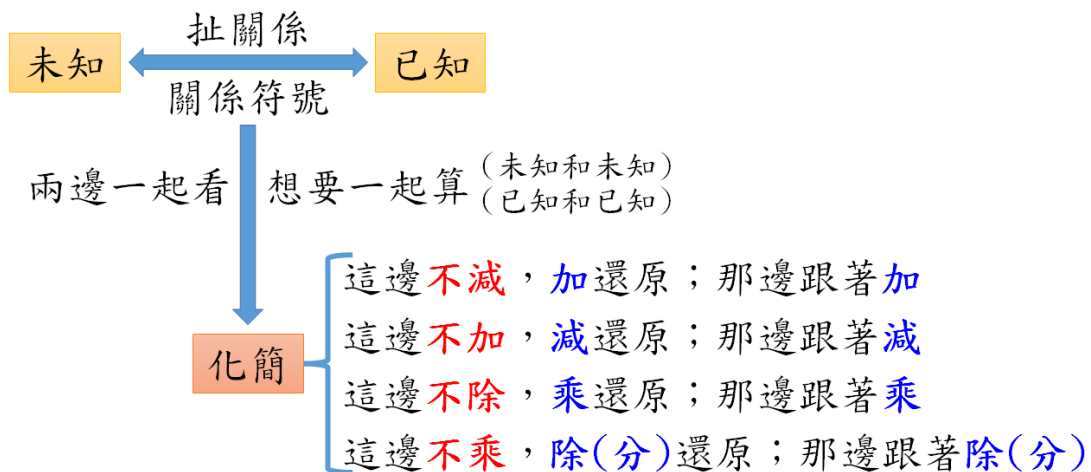
(6)數學新世界--CA 談數學--20141215 東海國中 重心 part2

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

六、學習單：完整版請參考數學新世界國中九年級教材

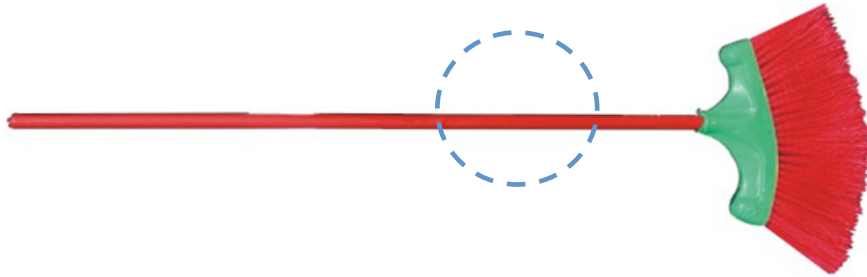
概念發展脈絡範例：等量公理



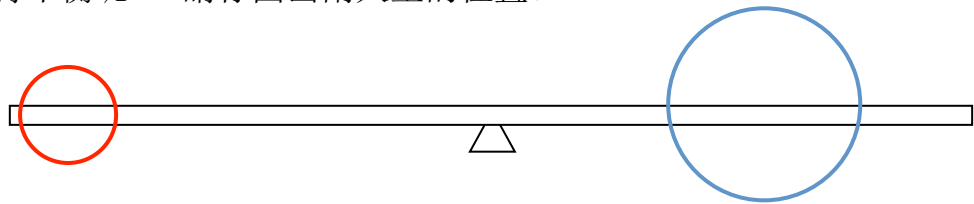
重心

CA 陳梅仙 20171119

1. 如果只能使用食指撐住掃把，要撐在哪裡可以保持掃把的平衡呢？請圈出來！



2. 阿梅體重 50 公斤，小仙體重 100 公斤，兩人玩翹翹板，應該怎麼坐才能讓翹板保持平衡呢？請你圈出兩人坐的位置。



3. 把課桌倒過來，使用兩個等高寶特瓶 (或其它器具) (灰點 A 和 B) 平衡撐起課桌如左圖：

(1) A 點哪一種移動方式有機會讓課桌保持平衡？☐甲 ☒乙。

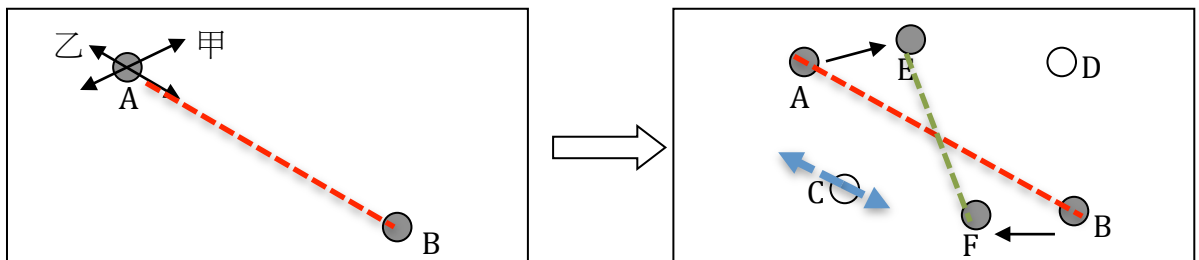
(2) 使用乙的移動方式移動 A 點一定可以保持平衡嗎？☐一定 ☒不一定。

這時，再拿 C、D 兩個物件(白點)放在課桌上並保持平衡如右圖：

(3) 請問物件 C 和 D 的重量關係是：☒C 比較重 ☐D 比較重 ☐一樣重。

(4) 如何移動 C 物件(或 D 物件)仍可以保持課桌平衡呢？請將可以移動的方式畫出來！藍線標示。

(5) 如果將 A 點移到 E 點，同時將 B 點移到 F 點，也可以保持課桌的平衡，請問，如果只可以撐住一個位置，我們應該撐住哪裡才能保持課桌平衡呢？請畫出來！在紅綠線的交點處。

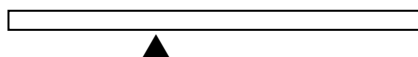
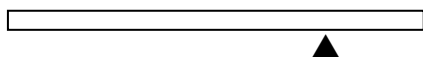


小結論：重心是力矩的平衡點

4. 下面撐起質地均勻木條的方法，請勾選會發生什麼結果。

☐平衡 ☒左傾斜 ☐右傾斜

☐平衡 ☐左傾斜 ☒右傾斜



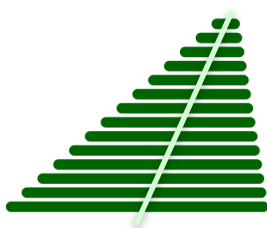
☒平衡 ☐左傾斜 ☐右傾斜



5. 請您拿手邊或教室內的物件(例如：書、筆、直尺、橡皮擦、板擦、粉筆、墊板、扇子...), 想辦法使用一根手指頭撐起來！想想看，你可以使用哪些方法來精確的找到平衡的支撐點？

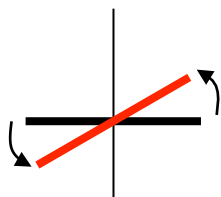
梅仙：先抓大概位置(多點到兩點到 1 點)再使用一根手指頭撐起來。

6. 下面有兩個利用一根根木板所組成的三角形，請你找出可以分別平衡支撐兩個三角形的平衡線，畫出來！各木條中點的連線，綠線標示。

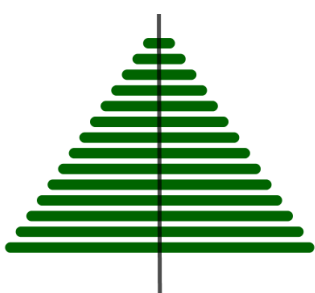


7. 我們來做個小實驗，請你試著將一支筆撐在手指頭上，保持平衡，這時候，當你轉動這支筆的時候，還會保持平衡嗎？實驗看看！

會平衡，因為支點仍在重心的位置上。

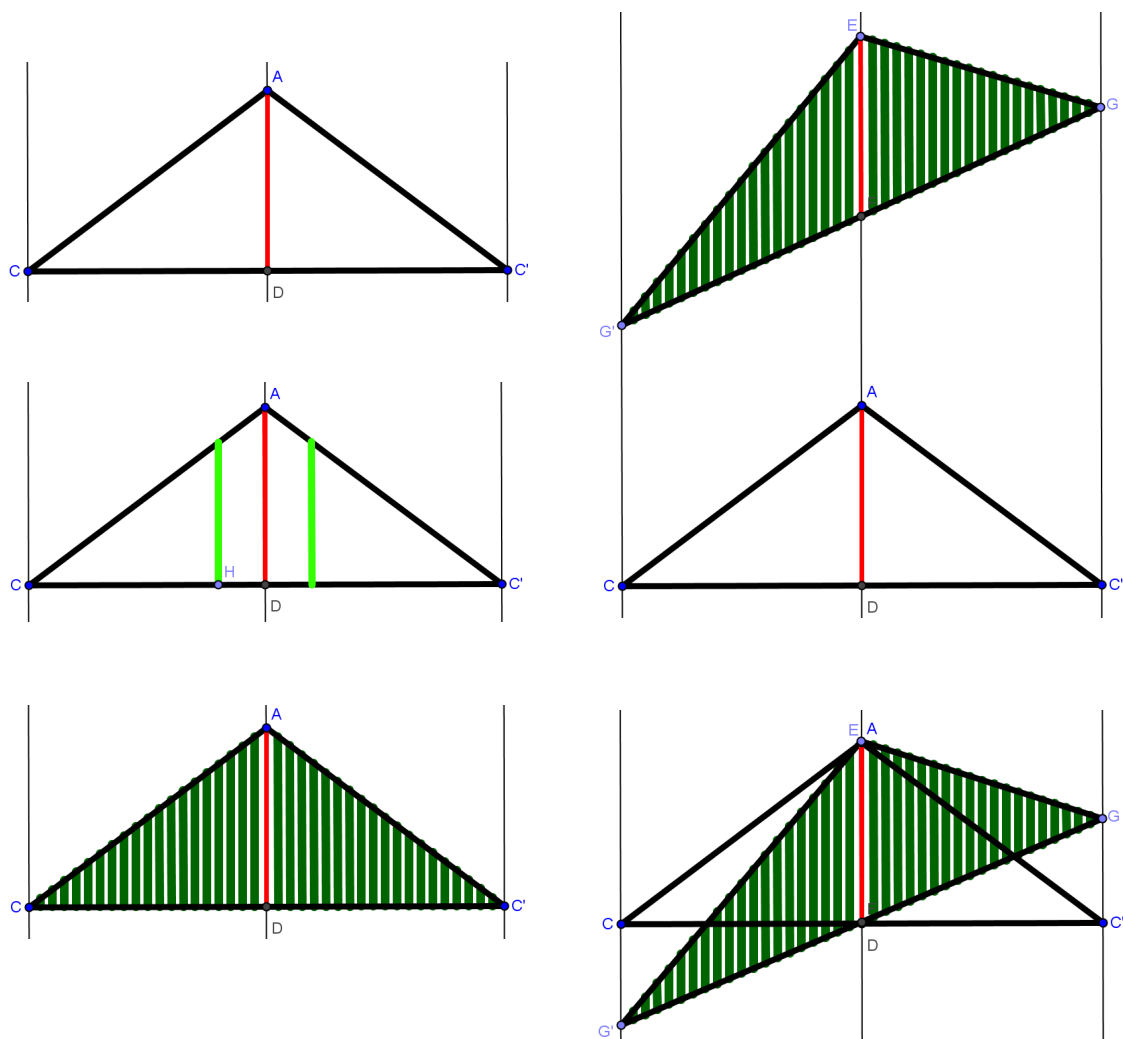


8. 承第 5 題，在平衡支撐線的支撐下，如果我們把三角形中的每根木板做不同角度的旋轉，會不會改變平衡關係？依據題 7 的原理，保持重心的位置作旋轉，是不會改變平衡的關係，故任意三角形的平衡線皆為中線。

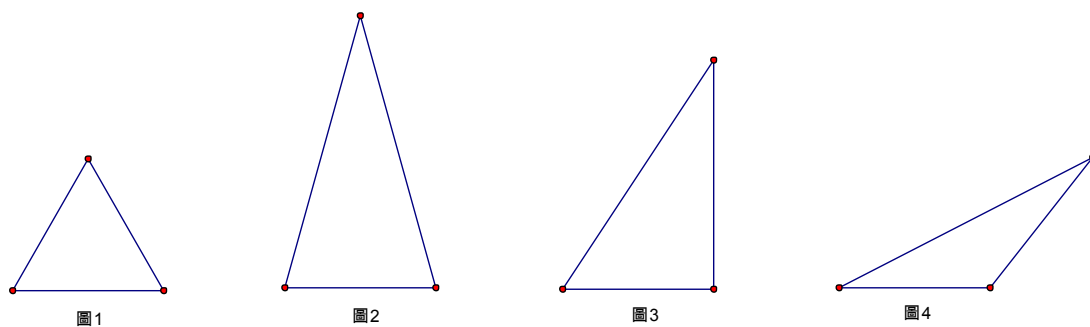


9. 下面的圖形是在說明三角形重心發生的位置，試著看圖說故事吧！

(軟體：王郁茜老師重心 GGB)



10. 請畫出下面三角形木板可以被平衡撐起來的位置。

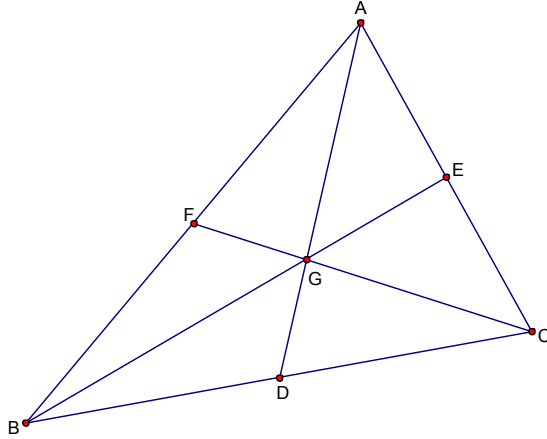


11. 如圖，若 G 點是 $\triangle ABC$ 的重心，

(1) 你覺得 G 點的位置應該會在 $\overline{AD}$ 的哪個位置呢？請勾選！

☒ $\overline{AG}:\overline{GD} = 2:1$ ☐ $\overline{AG}:\overline{GD} = 3:2$

(2) 利用等底同高，請寫出面積相等的三角形



$$\triangle ABD = \triangle ACD, \triangle BCE = \triangle BAE, \triangle CAF = \triangle CBF$$

$$\triangle GBD = \triangle GCD, \triangle GCE = \triangle GAE, \triangle GAF = \triangle GBF$$

$$\Rightarrow \triangle ABG = \triangle ACG, \triangle BCG = \triangle BAG, \triangle CAG = \triangle CBG$$

$$\Rightarrow \triangle GBD = \triangle GCD = \triangle GCE = \triangle GAE = \triangle GAF = \triangle GBF$$

$$\Rightarrow \overline{AG}:\overline{GD} = \triangle ABG:\triangle GBD = 2:1$$

$$\Rightarrow \overline{BG}:\overline{GE} = \triangle BCG:\triangle GCE = 2:1$$

$$\Rightarrow \overline{CG}:\overline{GF} = \triangle CAG:\triangle GAF = 2:1$$

(3) 過 G 點畫出和 $\overline{BC}$ 平行的直線，

這算是 $\triangle ABC$ 的平衡線嗎？☒ 算 ☐ 不算

分割出來的兩塊面積大小比較：☐ 上面比較大 ☒ 下面比較大 ☐ 一樣大