

1-1 因數倍數

陳梅仙 20151220

1. 數字的作用是什麼？你什麼時候會用到數字呢？怎麼用呢？試著舉例把數字拿來用用看！
2. 3 個人的 3 和 3 年級的 3 代表的意思一樣嗎？有什麼不同呢？
3. 你可以把 3 這個數字拿出來給大家看到嗎？
4. 3 枝筆、3 包餅乾、3 台電腦、3 顆蘋果、3 個禮物...，3 發揮了什麼作用呢？
5. 什麼樣的數字有放大的作用？什麼樣的數字有縮小的作用呢？什麼樣的數字沒有縮放的作用呢？
6. 那-3 又發揮了什麼作用呢？-3 倍和 3 倍相同處是什麼？又有何不同呢？
7. 請你以數字是倍的概念談談看 $(2+3)$ 倍和 (2×3) 倍不同的地方是什麼？

- (1) 畫畫看！下面這條線段的長度和方塊，經由 $(2+3)$ 倍的作用後會變成什麼？



- (2) 畫畫看！下面這條線段的長度和方塊，經由 (2×3) 倍的作用後會變成什麼？



8. 我們知道 6 倍可以先 2 倍再 3 倍，2 階段達成，我們記為 $6=2\times 3$ ，那下面的數字呢？請你試著將下面的數字分階段完成，請試著寫出所有的可能

(1) 8	(2) 12	(3) 23	(4) 30

9. 請你試著寫出符合下面條件的數字

(1) 可以被分解的數字	(2) 不能被分解的數字	(3) 沒有能力分解別人的數字

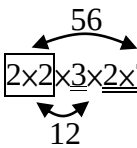
10. 請你試著將下面的數字作徹底的分解，分解到無法再被分解

(1) 24	(3) 60	(3) 39	(4) 51

11. 我們可以從 $14=7 \times 2$ 看到 7 和 2 都可以將 14 做完整的分解(整分)，我們稱 7 和 2 是 14 的因數，請你試著求出下面數字的最大公因數

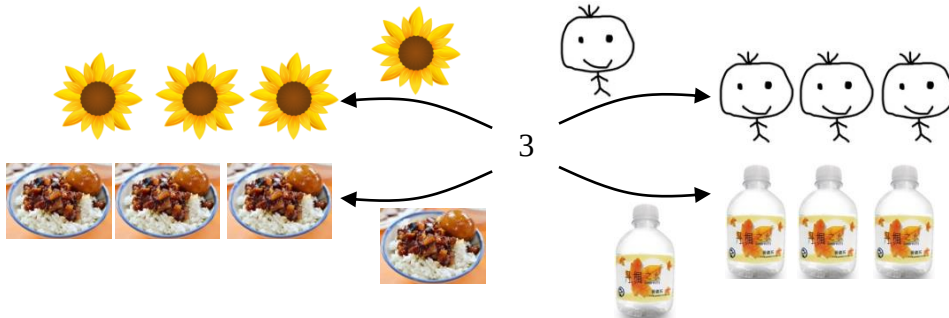
(1) $12=2 \times 2 \times 3$ $56=2 \times 2 \times 2 \times 7$	(2) $18=2 \times 3 \times 3$ $30=2 \times 3 \times 5$	(3) $12=2 \times 2 \times 3$ $18=2 \times 3 \times 3$ $20=2 \times 2 \times 5$	(4) 40、72 和 90
12 和 56 的最大公因數為 2×2			

12. 我們可以從 $14=7 \times 2$ 看到 7 和 2 都可以將 14 做完整的分解(整分)，我們稱 14 是 7 和 2 的公倍數，請你試著求出下面數字的最小公倍數

(1) $12=2 \times 2 \times 3$ $56=2 \times 2 \times 2 \times 7$ 都有 2×2  所以 $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7$ 是 12 和 56 的最小公倍數	(2) $18=2 \times 3 \times 3$ $30=2 \times 3 \times 5$	(3) $12=2 \times 2 \times 3$ $18=2 \times 3 \times 3$ $20=2 \times 2 \times 5$	(4) 40、72 和 90

13. 有一個三位數，其百位、十位、個位數字別為 1、 a 、 b 。若此數與 72 的最大公因數為 12，則 $a \times b$ 可能為多少？

1. 我們會使用數字 3 講出 3 個人、3 杯飲料、3 瓶水、3 朵花、3 碗飯...，如果把 3 換成 4，會變成什麼呢？3 或 4 這樣的數字發揮了什麼作用呢？



2. 下面有幾種錯誤表示 $\frac{1}{2}$ 的圖形，請你修正成正確的。

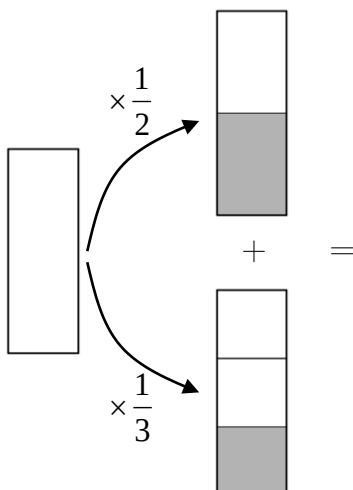


3. 阿寶 家裡有 3 個小孩，糖果要買幾個才不會有分配不公平的問題呢？有哪幾種買法？

4. 把相同大小的橡皮筋串成一串，將橡皮筋一起拉長或一起變短的時候，什麼改變了，但什麼關係不會改變呢？



5. 請利用畫圖畫出 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$



小提問 1：

哪一種說法比較好？

☐ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 等於 2 塊

☐ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 等於 1 小塊 + 1 大塊

小提問 2：

從分開算到一起算

怎麼把不一樣大塊(分開算)

變成一樣大塊(一起算)呢？

6. 分得越細，拿得越多；併的越多，拿得越少 ⇒ 才能保證拿到一樣大(相等)

(1) 請在空格中填入適當的數字讓等號成立

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2 \times ()}{3 \times ()} = \frac{2 \times ()}{3 \times ()} = \frac{2 \times ()}{3 \times ()}$$

$$\begin{array}{cccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{4}{6} & \frac{()}{()} & \frac{()}{()} & \frac{()}{()} \end{array}$$

(2) 請在空格中填入適當的數字讓等號成立

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{24 \div ()}{36 \div ()} = \frac{24 \div ()}{36 \div ()} = \frac{24 \div ()}{36 \div ()}$$

$$\begin{array}{cccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{12}{18} & \frac{()}{()} & \frac{()}{()} & \frac{()}{()} \end{array}$$

小結論：把 $\frac{1}{3}$ 再分成5份

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}, \quad \frac{10}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$$

擴分

把5個 $\frac{1}{5}$ 併成1個 $\frac{1}{3}$

$$= \frac{2}{3}$$

約分

7. 請將下面的分數變成最簡單的分數

提示：從比較小的數字做分解，再檢查是不是可以和比較大的數字進行約分

(1) $\frac{8}{10}$

(2) $\frac{12}{15}$

(3) $\frac{1}{18}$

(4) $\frac{30}{20}$

數字分解是為後面的通分求公倍數做準備

8. 請仿照數字 1-10 的分解，完成 11-50 數字的徹底分解

1 不用考慮	11	21	31	41
2 無法分解	12	22	32	42
3 無法分解	13	23	33	43
4=2×2	14	24	34	44
5 無法分解	15	25	35	45
6=2×3	16	26	36	46
7 無法分解	17	27	37	47
8=2×4=2×2×2	18	28	38	48
9=3×3	19	29	39	49
10=2×5	20	30	40	50

9. 想求 $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ 的數值

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{5 \times 6}{6 \times 6} = \dots$$

$$\begin{array}{ccccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{10}{12} & \frac{15}{18} & \frac{20}{24} & \frac{25}{30} & \frac{30}{36} \end{array}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \dots$$

$$\begin{array}{ccccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ \frac{6}{8} & \frac{9}{12} & \frac{12}{16} & \frac{15}{20} & \frac{18}{24} \end{array}$$

10. 想求 $\frac{11}{30} + \frac{5}{24}$ 的數值

把分母變成一樣大最簡單的算法如下：

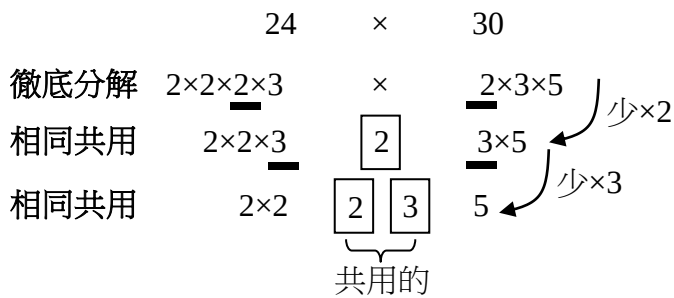
$$\frac{11}{30} = \frac{11 \times 24}{30 \times 24}$$

$$\frac{5}{24} = \frac{5 \times 30}{24 \times 30}$$

但是，數字越小越好算，有機會讓分母變小嗎？

11. 把公倍數變小！

30×24 是 30 的 24 倍也是 24 的 30 倍
所以， 24×30 是 30 和 24 的公倍數



30 和 24 的公倍數

從 24×30 簡化為 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

24 最少必須多乘_____變成 30 跟 24 的公倍數

30 最少必須多乘_____變成 30 跟 24 的公倍數

我們稱_____是 30 和 24 的**最小公倍數**

我們稱_____是 30 和 24 的**最大公因數**

因此 $\frac{11}{30} + \frac{7}{24} = \frac{11 \times 4}{30 \times 4} + \frac{7 \times 5}{24 \times 5} = \frac{44 + 35}{120} = \frac{79}{120}$

小結論：

1. 短除法—把公倍數變小的簡化寫法

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 24 \times 30 \\
 3 & 12 \times 15 \\
 \times & 4 \times 5
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r|l}
 2 & 24 \quad 30 \\
 3 & 12 \quad 15 \\
 & 4 \quad 5
 \end{array}$$

2. 通分就是分數分別擴分成相同分母的公倍數

分母一樣大代表一樣大塊才能一起算

12. 請仿照第 11 題把公倍數變小的做法

計算 $\frac{8}{45} + \frac{7}{30}$ 的數值。

13. 計算 $\frac{5}{24} + \frac{7}{36} + \frac{9}{40}$ 的數值。

短除法做到這裡，已經做出了什麼呢？

短除法做到這裡，公倍數還可以再簡化嗎？

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 24 \quad 36 \quad 40 \\
 2 & 12 \quad 18 \quad 20 \\
 & 6 \quad 9 \quad 10
 \end{array}$$

14. 負數的負代表什麼意思？負數又具有什麼功能呢？「-a」是正數還是負數呢？

15. 為什麼 $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$ ？

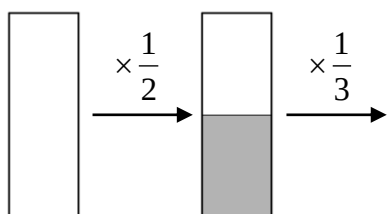
16. $-2\frac{1}{3}$ 應該唸成「負的 2 又 $\frac{1}{3}$ 」=「 $-(2+\frac{1}{3})$ 」，還是「負 2 又 $\frac{1}{3}$ 」=「 $-2+\frac{1}{3}$ 」呢？

17. $\frac{2}{3}+(-\frac{1}{2})=$

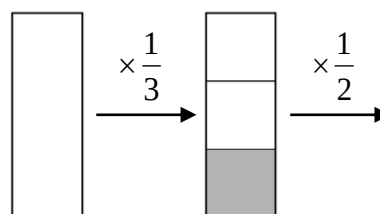
18. $-\frac{5}{12}-\frac{2}{15}=$

19. $-\frac{3}{5}-(-\frac{2}{3}-\frac{1}{2})=$

20. 請利用畫圖畫出 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$



21. 請利用畫圖畫出 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$



22. 請寫出右邊計算的想法 $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}=3\times\frac{1}{5}\times2\times\frac{1}{7}=3\times2\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{3\times2}{5\times7}=\frac{6}{35}$

23. $\frac{2}{3}\times(-\frac{4}{7})=$

24. $-\frac{3}{5}\times(-\frac{7}{12})=$

25. $-\frac{4}{5}\times(-\frac{3}{2})\times(-\frac{3}{4})=$

26. 我們從第 4 題知道橡皮筋一起拉長一起變短時，長度會改變，但是彼此之間的倍數不會改變。想想看，下面的運算過程的想法是什麼？

$$\begin{aligned}
 & \frac{3}{5} \div \frac{2}{7} \\
 = & \begin{array}{c} \times 7 \downarrow \\ \frac{3}{5} \times 7 \end{array} \div \begin{array}{c} \times 7 \downarrow \\ 2 \end{array} \\
 = & \begin{array}{c} \times \frac{1}{2} \downarrow \\ \frac{3}{5} \times 7 \times \frac{1}{2} \end{array} \div \begin{array}{c} \times \frac{1}{2} \downarrow \\ 1 \end{array} \\
 = & \frac{3}{5} \times \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

小提問：
除以一個數相當於是乘以這個數的倒數
乘以倒數的目的是什麼呢？

27. $\frac{2}{3}\div(-\frac{4}{7})=$

28. $-\frac{3}{5}\div(-\frac{7}{12})=$

29. $-\frac{4}{5}\div(-\frac{3}{2})\times(-\frac{3}{4})=$

1. 請觀察(1)，完成(2)(3)的填空

(1)	(2)	(3)
(4)請寫出和 $\frac{1}{2}$ 這個數字功能相同的數字 5 個		(5)請寫出和 $\frac{2}{3}$ 這個數字功能相同的數字 5 個

2. 請觀察(1)，完成(2)(3)的填空

(1)	(2)	(3)
------------	------------	------------

3. 請觀察(1)，完成(2)

(1)	(2)
------------	------------

4. 比較下面題目中兩個數字的大小

(1) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{5}{8}$	(2) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{3}{11}$	(3) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{5}{7}$
(4) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{2}{7}$	(4) $\frac{3}{29}$ 、 $\frac{2}{27}$	(5) $\frac{35}{5}$ 、 $\frac{33}{4}$

5. 請模仿下面的畫圖在下面畫出 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ 的圖形，並計算 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ 的值

