

證明與推理

一、單元名稱：證明與推理

二、反思提問：

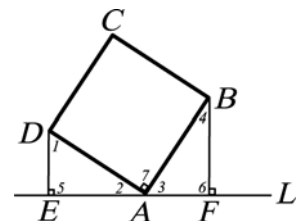
1. 什麼是定義？什麼是定理？什麼是公理？什麼是性質呢？這些名詞之間有何異同之處呢？

在證明平行四邊形對角相等時，我們可以說因為這是平行四邊形，所以對邊會等長，再透過三角形全等得證嗎？

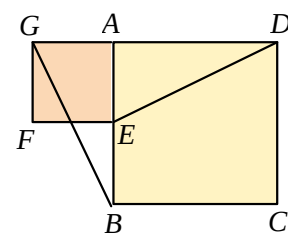
2. 證明與推理被課本設計成一個單元來進行教學，其實，我們教學中不斷地使用著證明與推理，也就是說，證明與推理素養的養成應該就在平常的數學學習中，那，證明與推理素養的核心本質是什麼呢？請您試著舉例說明。

3. 下面的題目，感覺上，老師都已經知道如何證明的情況下來教學生寫證明，怎麼說明可以讓題目有動態的感覺，讓學生先有感覺的猜測，再進入證明呢？

(1) 已知：如圖，已知 $ABCD$ 是正方形， A 在 L 上， $\overline{DE} \perp L$ ， $\overline{BF} \perp L$ ，垂足分別為 E 、 F ($\overline{AE} \neq \overline{AF}$)。
求證： $\triangle ADE \cong \triangle BAF$ 。



(2) 已知：如右圖，四邊形 $ABCD$ 及四邊形 $AEFG$ 皆為正方形。
求證： $\overline{DE} = \overline{BG}$ 。



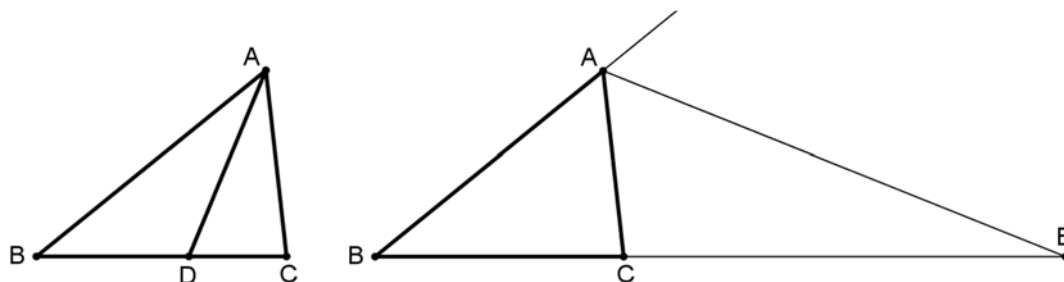
4.幾何證明的核心手段是什麼呢？試試下面幾道題目，你可以找到幾種方法解題？

(1)已知： $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 的角平分線與 $\overline{BC}$ 交於D點。

求證： $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{DB} : \overline{DC}$

此題是內分比，課本是透過面積關係進行證明，有沒有別的方法呢？

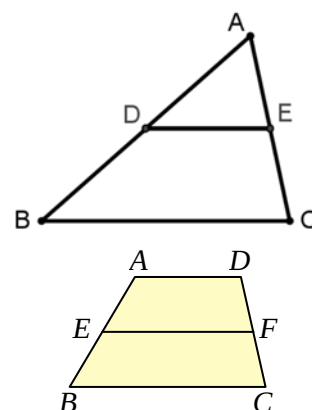
那，外分比 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{EB} : \overline{EC}$ 呢？可以有相同的方法嗎？



(2)已知： $\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AB}$ 中點，E 為 $\overline{AC}$ 中點。

求證：(1) $\overline{DE} // \overline{BC}$ ，(2) $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

此題課本是利用平行線截比例線段與其逆敘述的性質來證明，如果撇開課程的順序，我們還可以怎麼證明此題？



(3)已知：如右圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AD} // \overline{BC}$ ，E、F

分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點。

求證： $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ ，且 $\overline{EF} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$ 。

此題和(2)是相同類型的題目，但是課本採用的方法與(2)不同，課本採用切割拼成三角形的型態後完成證明，有沒有可以更直觀可以一以貫之的想法呢？

三、試著撰寫下面名詞的核心概念。

定義

定理

性質

公理

證明

推理

輔助線

四、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
定義			
定理			
性質			
公理			
證明			
推理			
輔助線			