

# 數學科教師共備手冊

## 國中課程

### 單元 8

## 圓、外心、內心



## 數學新世界

2018 年 10 月 編印



## 📖教學共備 memo

### 一、共備模式

#### (一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

#### (二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

#### (三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

### 二、共備流程

| 單元共備單                                        | 觀摩教學知能影片                                    | 學習單實踐教學                                       |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 共備前                                          | 共備前                                         | 共備前                                           |
| 單元共備單反思                                      | 1.第1次反思單撰寫<br>2.CA教學或教專研習影片觀摩<br>3.撰寫觀摩影片記錄 | 1.撰寫與編修單元學習單<br>2.確立學習單教學脈絡與設計想法<br>3.使用學習單教學 |
| 共備                                           | 共備                                          | 共備                                            |
| 1.討論單元共備單<br>2.釐清數學概念知識<br>3.確立單元教學脈絡        | 1.討論觀摩影片記錄<br>2.釐清數學概念知識<br>3.確立單元教學脈絡      | 1.分享教學心得感想<br>2.討論觀課記錄<br>3.發想概念發展教學設計        |
| 共備後                                          | 共備後                                         | 共備後                                           |
| 1.核心概念細部分析<br>2.概念發展的教學脈絡細部調整<br>3.嘗試概念發展的教學 | 1.第2次反思單撰寫<br>2.編修單元學習單                     | 1.編修單元學習單<br>2.再次使用學習單教學                      |

### 三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：\_\_\_\_\_ 共備日期：\_\_\_\_\_

本次共備主持人：\_\_\_\_\_ 共備紀錄：\_\_\_\_\_

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：\_\_\_\_\_）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：\_\_\_\_\_）

☐ 其他 \_\_\_\_\_

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他

## 圓、外心、內心

一、單元名稱：圓、外心、內心

二、反思提問：

1.我們知道圓規可以拿來畫圓，除了畫圓之外，圓規還可以拿來做什麼？  
在使用圓規的過程中，我們利用了圓規的什麼特性呢？

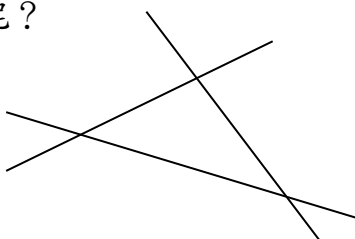
2.我們知道圓周角的度數會是夾弧度數的一半，圓心角可以轉出一個圓，  
我們可以利用圓周角來把圓畫出來嗎？

3.對於圓而言，割線會有 2 個交點而且會將圓分割成 2 個部分，切線只會有 1 個交點而且整個圓會在切線的同一側，所以，我們可以透過交點數或是圓有沒有被分割來檢查直線是不是圓的切線，對於其它圖形呢？我們也可以這樣做判別嗎？

4.圓周角和弦切角都是夾弧度數的一半，難道圓周角就是弦切角？還是？

5.不完整的圓，只要可以在圓上取得 3 個點就可以復圓，究竟是先有三角形，還是先有外接圓呢？外接圓是包住三角形最小的圓嗎？

6.請徒手畫圓，你可以找出幾種不同的畫法來表現圓和下面圖形的位置關係呢？



三、試著撰寫下面名詞的核心概念。

圓

弧度

圓周角

割線

切線

弦切角

外接圓

內切圓

四、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

| 概念  | 認知 | 形成 | 使用 |
|-----|----|----|----|
| 圓   |    |    |    |
| 弧度  |    |    |    |
| 圓周角 |    |    |    |
| 割線  |    |    |    |
| 切線  |    |    |    |
| 弦切角 |    |    |    |
| 外接圓 |    |    |    |
| 內切圓 |    |    |    |

## 五、觀摩、討論&修改

### 1.參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

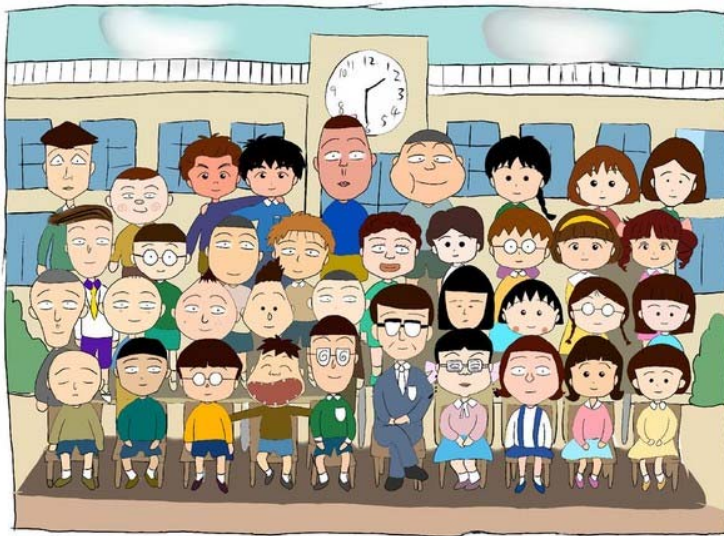
即可透過關鍵字查詢下面影片。

- (1)數學新世界--CA 談數學--20171120 臺中市大德國中 三角形三心推理證明
  - (2)數學新世界--CA 談數學--20171108 臺東縣瑞源國中 圓形 part2
  - (3)數學新世界--CA 談數學--20161103 馬公國中 九年級 圓
  - (4)數學新世界--CA 談數學--20141023 暖暖國中 圓的性質 part1
  - (5)數學新世界--CA 談數學--20141023 暖暖國中 圓的性質 part2
  - (6)數學新世界--CA 談數學--20161208 台南永仁高中 外心 part1
  - (7)數學新世界--CA 談數學--20161208 台南永仁高中 外心 part2
  - (8)數學新世界--CA 談數學--20161208 台南永仁高中 外心 part3
  - (9)數學新世界--CA 談數學--20161215 台南永仁高中 內心 part1
  - (10)數學新世界--CA 談數學--20161215 台南永仁高中 內心 part2
- 2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。
- 3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

## 六、學習單：完整版請參考數學新世界國中九年級教材

## 圓、外心、內心

1. 櫻桃小丸子全班團體照，哪一個人的臉最圓呢？哪一個人的臉最大？



怎麼檢查圓不圓？  
怎麼把不圓變成圓？  
怎麼把圓變成不圓？

直徑感覺圓的大小

不管從哪裡  
量都一樣寬  
直徑的感覺

圓：不管從哪裡量都一樣寬

20170904 CA 在臺東縣卑南國中

2. 腳踏車的輪子為什麼要設計成圓形的呢？正方形的不行嗎？



3. 請不用任何工具，想盡辦法畫出一個最圓的圓。

比較：誰畫得最圓(不管從哪裡看都一樣寬)？誰畫的圓最大(直徑)？

4. 拿出一張紙，想盡辦法透過摺紙剪出一個最圓的圓。發揮你的創意，寫出你的策略。

看到直徑變半徑，半徑畫圓(轉)最方便

5. 如果 6 吋蛋糕賣 450 元，12 吋蛋糕應該賣多少元才划算呢？

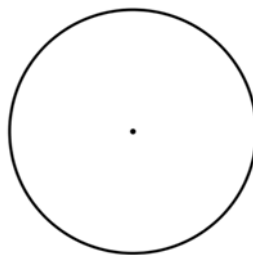
請勾選 ☐  $450 \times 2$  ☐  $450 \times 4$ 。



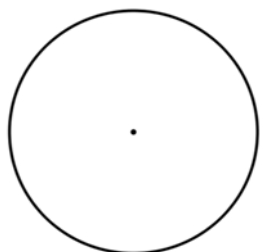
6. 下面有一個點 A，請拿個圓來畫畫看，圓和 A 點可以有哪些不同的擺放關係？發揮你的創意畫出來！

• A

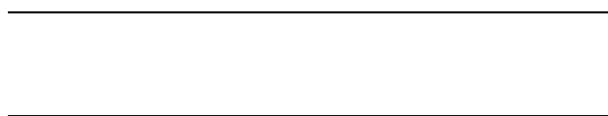
7. 下面有一個圓，請拿線段來畫畫看，畫出線段和圓不同的擺放關係。



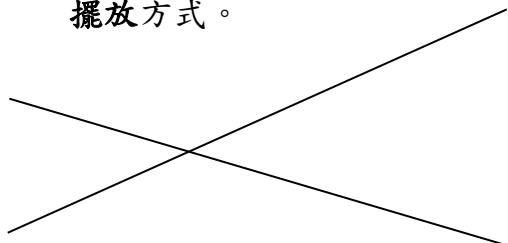
8. 下面有一個圓，請拿直線(兩端可以無限延伸)來畫畫看，畫出直線和圓不同的擺放關係。



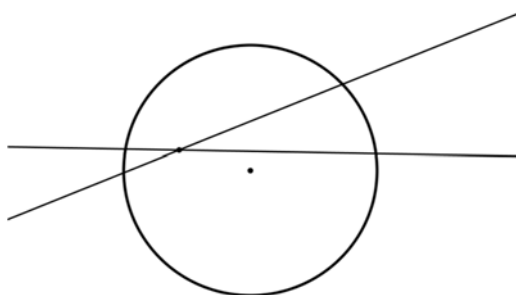
9. 下面有 2 條平行直線，請拿圓來畫畫看，畫出直線和圓不同的擺放關係。



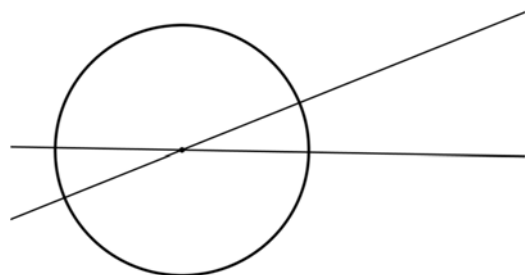
12. 下面有 2 條相交線，請拿圓來畫畫看，畫出直線和圓不同的擺放方式。



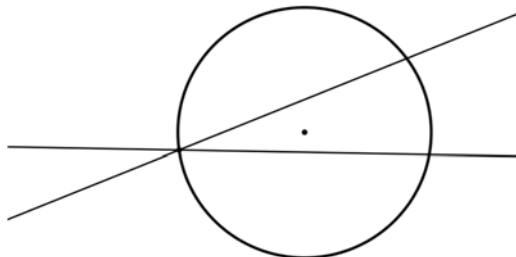
13. 角的擺動 part1！在透明片上畫兩條相交的直線，定住圓和交點(圓內)，擺動角度！



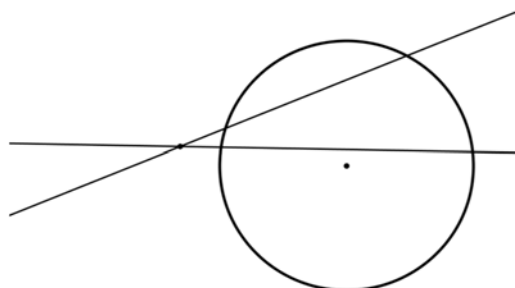
14. 角的擺動 part2！在透明片上畫兩條相交的直線，定住圓和交點(圓心)，擺動角度！



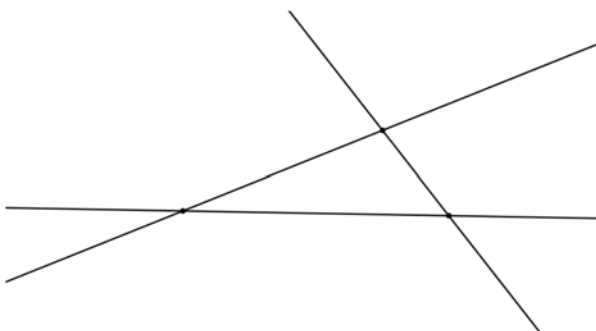
15. 角的擺動 part3！在透明片上畫兩條相交的直線，定住圓和交點(圓周)，擺動角度！



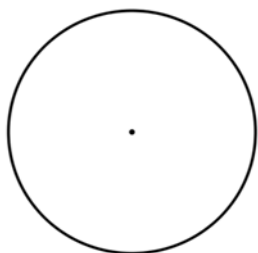
16. 角的擺動 part4！在透明片上畫兩條相交的直線，定住圓和交點(圓外)，擺動角度！



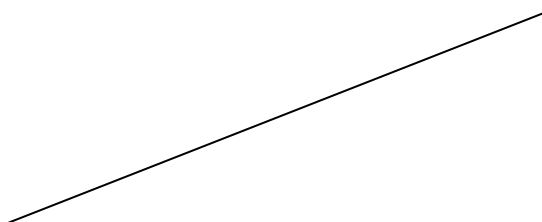
17. 三條直線！請拿圓來畫畫看，畫出三條直線和圓不同的擺放關係。



18. 兩個圓！下面有一個圓，請拿圓來畫畫看，畫出兩個圓不同的擺放關係。



19. 兩個圓和一條直線！下面有一條直線，請拿兩個圓來畫畫看，畫出兩個圓和一條直線不同的擺放關係。



教學脈絡與想法：從感受、實驗、需求到做出來、可以用。

1. 感受圓(一樣寬：直徑)與不圓(滾、動、搓、摺、剪)。

(1) 怎麼從圓變成不圓。

(2) 怎麼從不圓變成圓。

2. 拿圓和其它幾何物件實驗位置關係(手繪)。

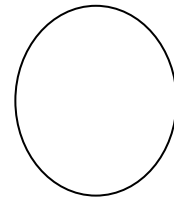
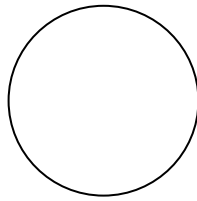
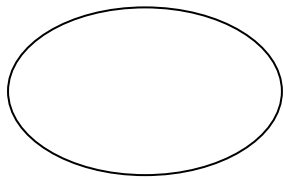
(1) 覺察到圓心與半徑的重要性：方便說清楚位置關係。

(2) 覺察角度與弧長關係：圓心角、圓內角、圓周角、圓外角。

(3) 覺察有趣的關係：外心、內心、旁心、切線、割線。

3. 尺規作圖：決定點的位置，畫出精確的圖形。

20. 下面哪一個是圓形？請勾選！



21. 請利用手邊工具畫出一個圓，怎麼檢查一下你畫的圓圓不圓呢？

22. 以 A 點為圓心，要怎麼畫圓  
(1)才可以把 B 點包進圓內？  
(2)才可以剛好通過 B 點？  
(3)才可以讓 B 點在圓外？

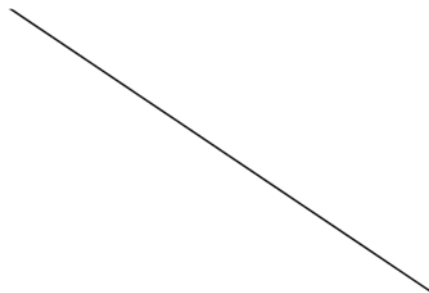
•A

•B

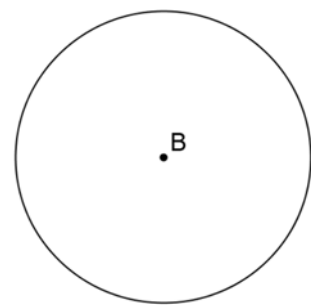
23. 以 A 點為圓心，要怎麼畫圓  
(1)才可以和直線相切？  
(2)才可以和直線相割？  
(3)才可以讓直線在圓外？

24. 以 A 點為圓心，要怎麼畫圓  
(1)才可以和圓 B 相切？  
(2)才可以和圓 B 相割？  
(3)才可以把圓 B 包在圓 A 內？

•A



•A



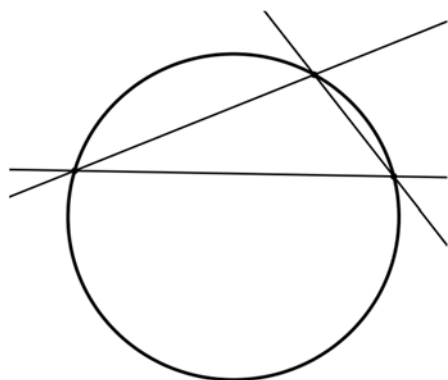
•B

25. 尺規作圖：從已知點畫出想找的點的位置。

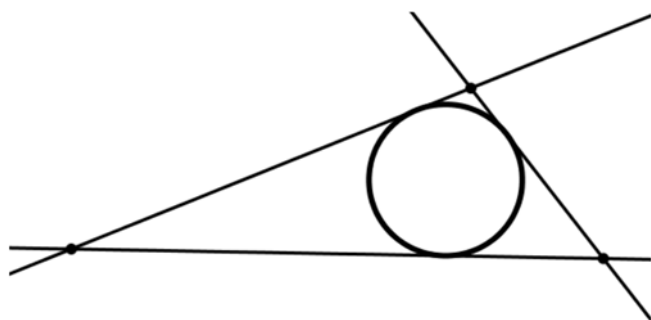
(1) 畫一條直線：你是怎麼畫出來的？

(2) 畫一個圓：你是怎麼畫出來的？

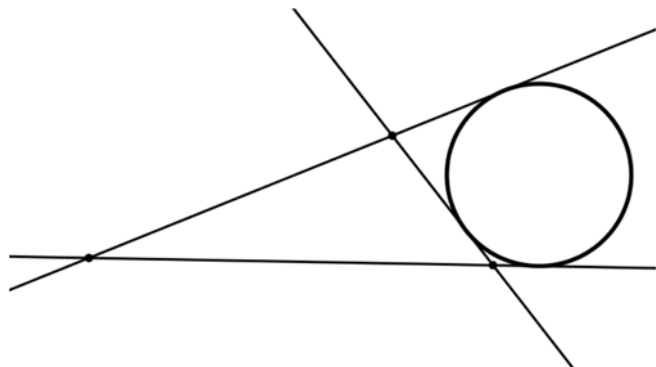
(3) 怎麼畫出一個圓通過3個點呢？

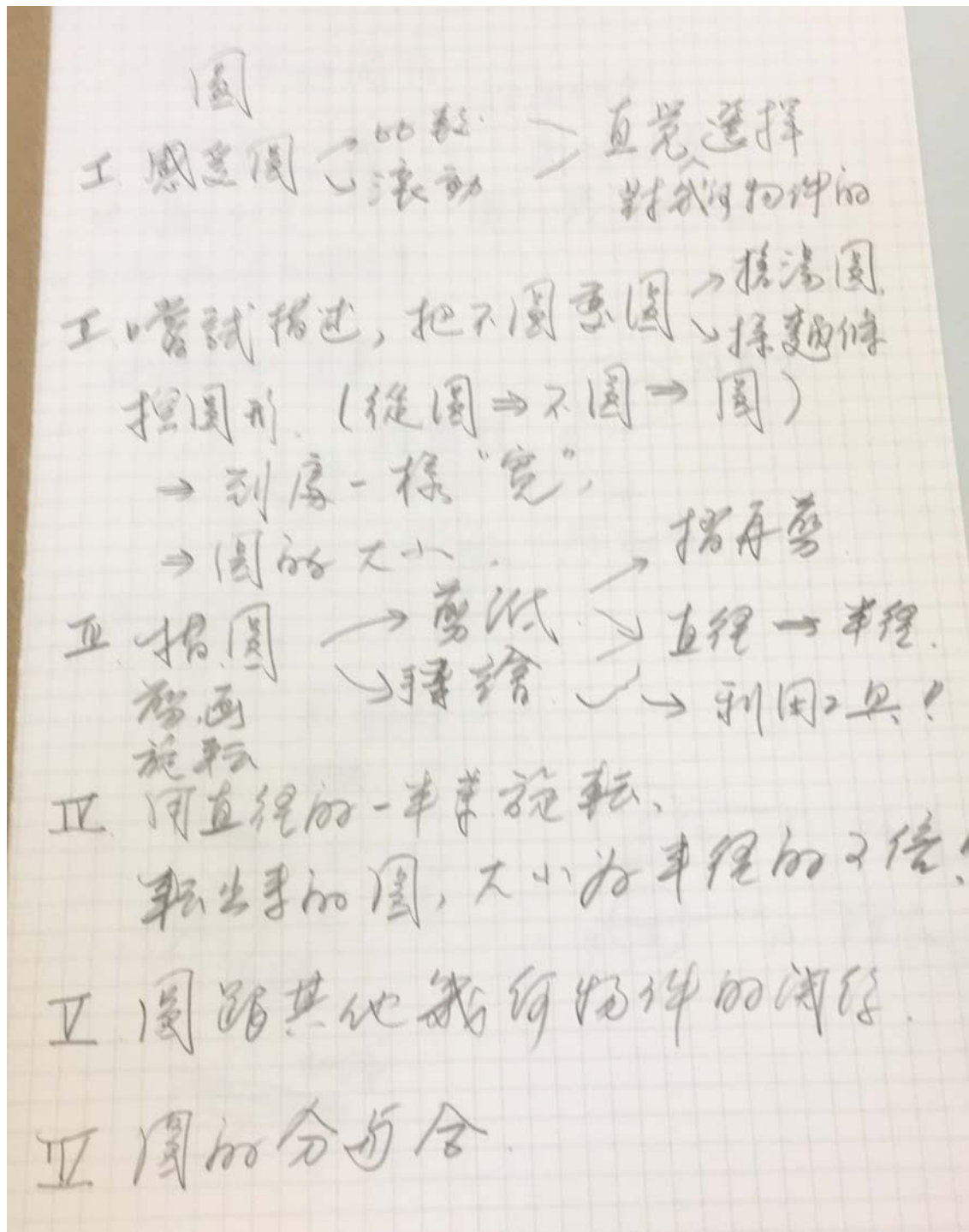


(4) 怎麼畫出一個圓剛好被三角形內切起來呢？

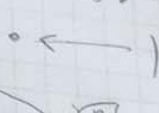
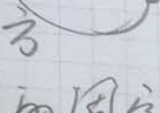
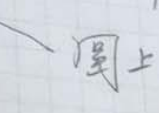


(5) 怎麼畫出一個圓剛好被三角形外切起來呢？

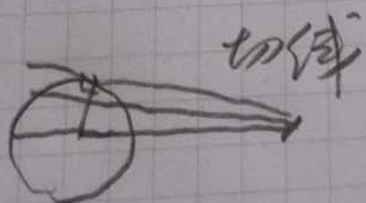
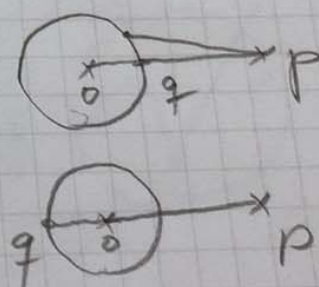
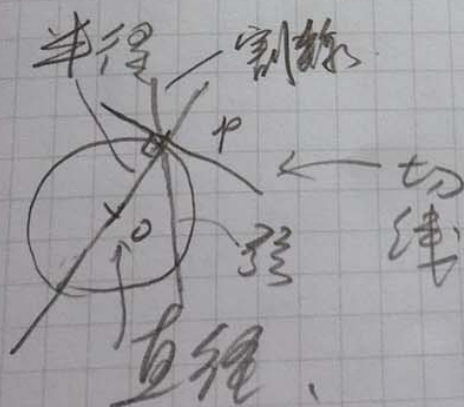
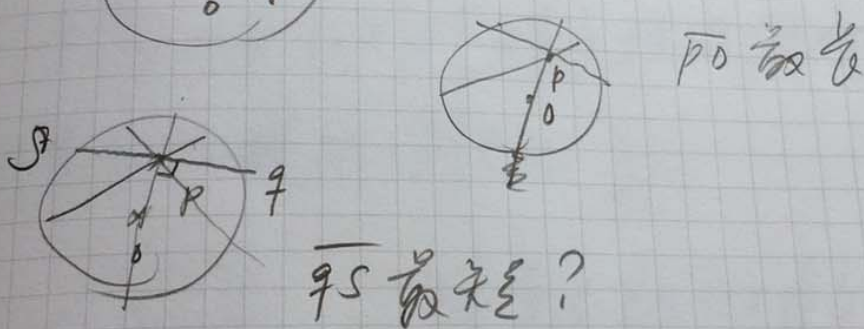
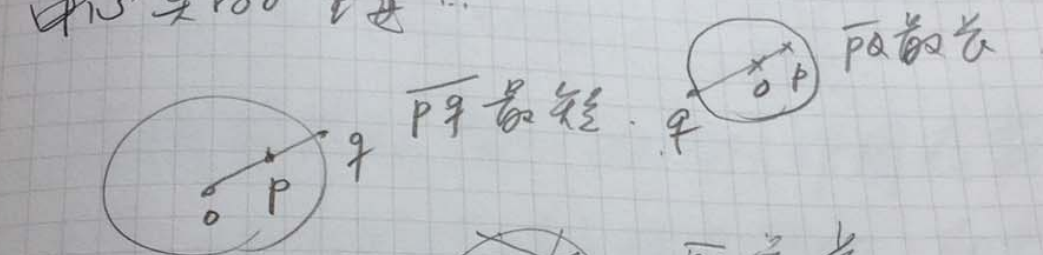




# 一. 圆与点的关系

- a. 圆面内  圆外的点   
 中间的地方  圆上, 或圆上的点 
- b. 半圆画圆的固定点

中心点的重要...



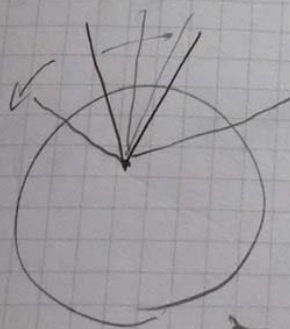
圓跟圓的圓心  
係自由發揮

圓跟直線的圓心 位置再次展現天份!

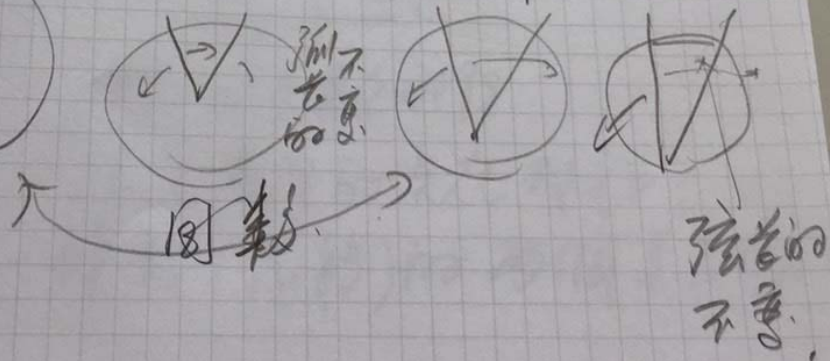
圓跟圓的圓心

圓跟兩條線的圓心  $\rightarrow$  平行  
 $\rightarrow$  相交

(在圓句幾何物件的關係作圖或表態時,  
千萬不要(一開始)使用圓規,在中後期  
才開始使用圓規)

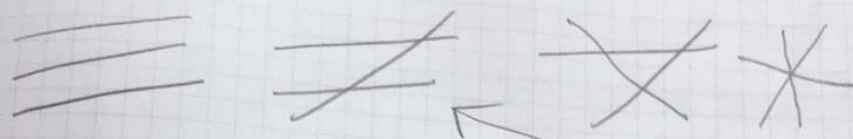


頂點不動的力的掃描





圓跟三條線的關係。



可發展內心，斜心，傷心。

連這個圖也可以發展出「切」心。

圓跟圓的關係。

兩圓跟一條的關係！

兩圓跟兩條的關係！

好了，！開始是規作圖吧！

圓心的點在那裡？

決定半徑的點在那裡？

過一條線（線段）的兩個點在那裡？

...



昨天聽志玲說 CA 在圓的地方若是不多，甚為可惜，對於一位遠居國外的老將，讓他那所傷腦筋讓人過意不去！提筆剛抵車引的空檔，簡單描繪我對圓相閃概念發展的大概，以舒緩佳遠之不安於萬一，

CA. 2017.8.29.  
11:00 AM.

# 重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>