

數學科教師共備手冊

國中課程

單元 11

二元一次聯立方程式



數學新世界

2018 年 12 月 編修

📖教學共備 memo

一、共備模式

(一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

(二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

(三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

二、共備流程

單元共備單	觀摩教學知能影片	學習單實踐教學
共備前	共備前	共備前
單元共備單反思	1.第1次反思單撰寫 2.CA教學或教專研習影片觀摩 3.撰寫觀摩影片記錄	1.撰寫與編修單元學習單 2.確立學習單教學脈絡與設計想法 3.使用學習單教學
共備	共備	共備
1.討論單元共備單 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.討論觀摩影片記錄 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.分享教學心得感想 2.討論觀課記錄 3.發想概念發展教學設計
共備後	共備後	共備後
1.核心概念細部分析 2.概念發展的教學脈絡細部調整 3.嘗試概念發展的教學	1.第2次反思單撰寫 2.編修單元學習單	1.編修單元學習單 2.再次使用學習單教學

三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：_____ 共備日期：_____

本次共備主持人：_____ 共備紀錄：_____

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：_____）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：_____）

☐ 其他 _____

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他

一、反思提問：

1. 在解二元一次聯立方程式的過程中，除了代入消去法，我們經常利用加減消去法求解，我們會透過方程式不斷地改變，來達成求解的目的，可是，為什麼方程式不斷的在變，解集合卻不會改變呢？
2. 在解二元一次聯立方程式的過程中，這兩個方程式我們使用相同的未知數符號「 x 和 y 」，兩個方程式的未知數是被當成一樣還是不一樣呢？
3. 下面這道題目，我們所寫出來的聯立方程式，上面的單位是“人”，下面的單位是“元”，為什麼單位不同卻可以進行加減運算呢？通常，我們在列方程式的時候是不含單位的，如果要引入單位來思考，這對於我們在操作運算時會不會比較有感覺或比較知道我們在做什麼？要怎麼引入呢？

在八里可租到 2 人協力車和 3 人協力車兩種，2 人協力車 1 輛租金 150 元，3 人協力車 1 輛租金 200 元。郁雯全班 36 人在週末前往八里騎協力車，老師跟全班說：「我們這次共花了 2500 元租協力車。」已知每輛車都坐滿人，試問郁雯班上同學 2 人與 3 人協力車各租幾輛？

設 2 人協力車租 x 輛，3 人協力車租 y 輛 則依題意可列出二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=36 & \dots\dots\dots ① \\ 150x+200y=2500 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$ ②$\div$25 得 $6x+8y=100$ $\dots\dots\dots ③$ ①$\times$3 得 $6x+9y=108$ $\dots\dots\dots ④$	④$-$③得 $y=8$ 將 $y=8$ 代入①式，得 $2x+24=36$ $2x=12$ $x=6$ 故 2 人協力車租 6 輛， 3 人協力車租 8 輛。
--	---

4. 為什麼我們要教學生畫二元一次方程式的圖形呢？什麼時候我們會想要畫圖呢？數學的核心在解方程，學生學會繪製二元一次方程式的圖形對於解方程的幫助是什麼呢？
5. 線型函數的圖形是一條直線，二元一次方程式的圖形也是一條直線，這兩個圖形有什麼不同？在什麼情況下，方程式的圖形就不會是直線呢？是不是直線的重要性是什麼呢？要用什麼語詞來表現線型方程或函數會更有感覺跟發展性呢？

二、試著撰寫下面名詞的核心概念。

1. 二元一次方程式
2. 二元一次聯立方程式
3. 二元一次方程式的圖形
4. 二元一次聯立方程式的圖形
5. 代入消去法
6. 加減消去法

三、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
二元一次 方程式			
二元一次 聯立方程 式			
二元一次 方程式的 圖形			
二元一次 聯立方程 式的圖形			
代入消去 法			
加減消去 法			

四、觀摩、討論&修改

1. 參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

- (1) 數學新世界--淑娟、CA 談數學--20180424 嘉義市民生國中 二元一次聯立方程式的圖形、線型函數
 - (2) 數學新世界--CA 談數學--20180424 嘉義市民生國中 二元一次聯立方程式、應用問題、比
 - (3) 數學新世界--CA--坐標平面 二元一次聯立方程式 分數除法 小數乘法 整數減法 教師研習 20180323 (台南市永康國中) PART1
 - (4) 數學新世界--CA--等差數列、二元一次方程式 教師研習 20180307 (高雄市國教輔導團) PART1
 - (5) 數學新世界--CA--數學科教材教法專題 二元一次方程式圖形值 20180322 (國立彰化師範大學)
 - (6) 數學新世界--CA--七年級 二元一次方程式 入班教學 20170315 (臺東縣卑南國中) PART 1
 - (7) 數學新世界--CA-- 七年級 二元一次方程式 入班教學 20170315 (臺東縣卑南國中) PART 2
 - (8) 數學新世界--CA--七年級 二元一次聯立方程式 教師共備 20170313 (臺東縣桃源國中) PART 2
 - (9) 數學新世界--CA--七年級 二元一次聯立方程式 入班教學 20170313 (臺東縣桃源國中) PART 3
2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。
 3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

五、學習單：完整版請參考數學新世界國中八年級教材

1. 如果你想存錢買手機，你會想選哪一種呢？

- (1) 品牌是 ☐iPhone ☐HTC ☐Samsung ☐Sony ☐其它_____
- (2) 預算約 ☐5000 元 ☐1 萬元 ☐1.5 萬元 ☐2 萬元 ☐其它_____
- (3) 顏色是 ☐玫瑰金 ☐銀色 ☐黑色 ☐太空灰 ☐其它_____
- (4) 大小約 ☐4 吋 ☐5 吋 ☐6 吋 ☐其它_____
- (5) 容量是 ☐64G ☐128G ☐256G ☐其它_____

2. 媽媽到菜市場買水果

(1) 買了 1 串葡萄和 3 顆蘋果打算給家人吃，花了 140 元，試著在空格中填入符合買法的數字！ 葡萄 1 串 蘋果 3 顆 $\times 1$ $+$ $\times 3$ $=140$	(2) 另外買了相同的葡萄 2 串和相同的蘋果 3 顆去探望朋友，花了 220 元，試著在空格中填入符合買法的數字！ 葡萄 2 串 蘋果 3 顆 $\times 2$ $+$ $\times 3$ $=220$
(3) 你在(1)和(2)空格當中填的數字有一樣嗎？☐有 ☐沒有 如果沒有，試著調成一樣！因為水果的價錢是一樣的喔 葡萄 1 串 蘋果 1 顆 { $\times 1$ $\times 2$ $+$ $\times 3$ $=140$ $=220$	

3. 媽媽做奶茶

(1) 媽媽用 2 杯鮮奶和 3 碗紅茶調成 280c.c.的奶茶給安安喝，試著在空格中填入符合作法的數字！ 鮮奶 2 杯 紅茶 3 碗 $\times 2$ $+$ $\times 3$ $=280$	(2) 媽媽用 8 杯鮮奶和 16 碗紅茶調成 1000c.c.的奶茶給全家喝，試著在空格中填入符合作法的數字！(你有發現口味變了嗎？) 鮮奶 8 杯 紅茶 16 碗 $\times 8$ $+$ $\times 16$ $=1000$
(3) 你在(1)和(2)空格當中填的數字有一樣嗎？☐有 ☐沒有 如果沒有，試著調成一樣！因為每杯和每碗大小是一樣的喔 鮮奶 1 杯 紅茶 1 碗 { $\times 2$ $\times 8$ $+$ $\times 3$ $=280$ $=1000$	

4. 請在空格中填入符合算式的數字！試著各找出 4 組答案！

(1) $2 \times \boxed{} + 3 \times \bigcirc = 15$ 第 1 組 <u> </u> <u> </u> 第 2 組 <u> </u> <u> </u> 第 3 組 <u> </u> <u> </u> 第 4 組 <u> </u> <u> </u>	(2) $4 \times \boxed{} + 6 \times \bigcirc = 30$ 第 1 組 <u> </u> <u> </u> 第 2 組 <u> </u> <u> </u> 第 3 組 <u> </u> <u> </u> 第 4 組 <u> </u> <u> </u>
(3) 符合算式(1)所填入的數字，填入(2)的格子中會符合(2)的算式嗎？☐會 ☐不會	(4) 符合算式(2)所填入的數字，填入(1)的格子中會符合(1)的算式嗎？☐會 ☐不會
(5) 請你寫一個算式讓可以符合算式(1)或(2)的數字，也可以符合你所寫的算式。 $____ \times \boxed{} + ____ \times \bigcirc = ____$	(6) 試著寫出(5)算式成功的關鍵想法。

5. 請在空格中填入相同的數字來符合不同的算式。

(1) $\begin{cases} 2 \times \boxed{} + 1 \times \bigcirc = 10 \\ 1 \times \boxed{} + 1 \times \bigcirc = 7 \end{cases}$	(2) $\begin{cases} 5 \times \boxed{} + 2 \times \bigcirc = 19 \\ 3 \times \boxed{} + 2 \times \bigcirc = 13 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} 2 \times \boxed{} + 3 \times \bigcirc = 18 \\ 1 \times \boxed{} + 1 \times \bigcirc = 8 \end{cases}$	(4) $\begin{cases} 1 \times \boxed{} + 2 \times \bigcirc = 9 \\ 2 \times \boxed{} + 3 \times \bigcirc = 16 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} 2 \times \boxed{} + 3 \times \bigcirc = 18 \\ 3 \times \boxed{} + 2 \times \bigcirc = 17 \end{cases}$	(6) $\begin{cases} 3 \times \boxed{} + 2 \times \bigcirc = 1 \\ 5 \times \boxed{} + 4 \times \bigcirc = 3 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 1 \times \square + 1 \times \bigcirc = 8 \\ 1 \times \square - 1 \times \bigcirc = 2 \end{cases}$	(8) $\begin{cases} 3 \times \square + 2 \times \bigcirc = 22 \\ 3 \times \square - 2 \times \bigcirc = 2 \end{cases}$
(9) $\begin{cases} 3 \times \square + 1 \times \bigcirc = 24 \\ 1 \times \square - 2 \times \bigcirc = 1 \end{cases}$	(10) $\begin{cases} 3 \times \square + 2 \times \bigcirc = 4 \\ 5 \times \square - 4 \times \bigcirc = 14 \end{cases}$
(11) $\begin{cases} 3 \times \square - 2 \times \bigcirc = 14 \\ 2 \times \square - 3 \times \bigcirc = 5 \end{cases}$	(12) $\begin{cases} 4 \times \square + 3 \times \bigcirc = 11 \\ 3 \times \square - 5 \times \bigcirc = 1 \end{cases}$

6. 請你試著寫出可以填入空格中並符合下面算式的數字，按照順序想盡辦法寫出所有可能的數字。

$$3 \times \square + 2 \times \bigcirc = 24$$

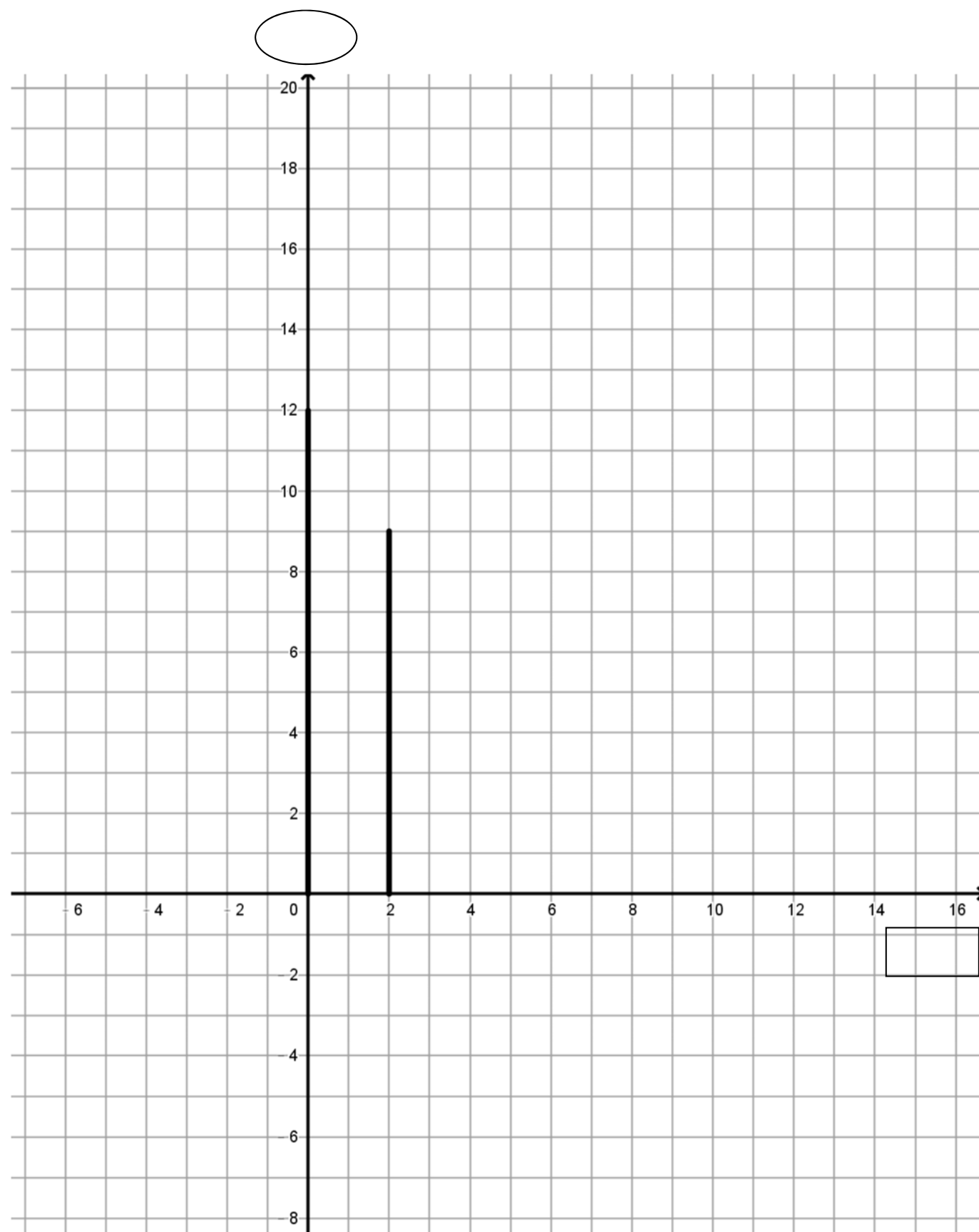
	0	2															
	12	9															

(1) 尋找數字的過程中有發現到數字變化的規律嗎？試著寫出發現的規律。

(2) 我們知道(,)可以是(0,12)，也可以是(2,9)

- 那(0,12)和(2,9)這兩組數字中間還會有符合算式的數字嗎？☐有 ☐沒有
- 你可以找出多少組數字來符合算式呢？☐1 組 ☐5 組 ☐很多很多組
- 請把你找出來的數字想盡辦法填入(0,12)和(2,9)這兩組數字的空格中間。
- 有遇到困難嗎？怎麼克服這個困難呢？
- 試著發揮你的創意，怎麼做才能表現出所有可能符合算式的數字呢？

7. 我們透過畫圖把符合第 6 題算式的數字全部表現出來！



8. 這種表現法好像還是不夠好，因為會糊成一片黑，你會怎麼改良第 7 題的畫法來表現符合第 6 題算式的數字呢？

9. 試著畫出右邊算式的圖形，直接畫在第 7 題喔。 $2 \times \square + 3 \times \bigcirc = 24$

數學新世界教師種子生根計畫-重要連結

生根計畫網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>



數學新世界 FB 社團

<https://www.facebook.com/groups/nhmath>

CA 行程表

<https://goo.gl/a6YNxW>



生根計畫官方 LINE

<https://line.me/R/ti/p/%40uje9883i>



Tel: 04-7232105 ext.3288

E-mail: nhmath@nhmath.com

Address: 彰化縣彰化市進德路 1 號數學系

重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>