

# 數學科教師共備手冊

## 國中課程

### 單元12

## 數列與級數



## 數學新世界

2019年01月 編修



## 📖教學共備 memo

### 一、共備模式

#### (一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

#### (二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

#### (三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

### 二、共備流程

| 單元共備單                                        | 觀摩教學知能影片                                       | 學習單實踐教學                                       |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 共備前                                          | 共備前                                            | 共備前                                           |
| 單元共備單反思                                      | 1.第 1 次反思單撰寫<br>2.CA 教學或教專研習影片觀摩<br>3.撰寫觀摩影片記錄 | 1.撰寫與編修單元學習單<br>2.確立學習單教學脈絡與設計想法<br>3.使用學習單教學 |
| 共備                                           | 共備                                             | 共備                                            |
| 1.討論單元共備單<br>2.釐清數學概念知識<br>3.確立單元教學脈絡        | 1.討論觀摩影片記錄<br>2.釐清數學概念知識<br>3.確立單元教學脈絡         | 1.分享教學心得感想<br>2.討論觀課記錄<br>3.發想概念發展教學設計        |
| 共備後                                          | 共備後                                            | 共備後                                           |
| 1.核心概念細部分析<br>2.概念發展的教學脈絡細部調整<br>3.嘗試概念發展的教學 | 1.第 2 次反思單撰寫<br>2.編修單元學習單                      | 1. 編修單元學習單<br>2. 再次使用學習單教學                    |

### 三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：\_\_\_\_\_ 共備日期：\_\_\_\_\_

本次共備主持人：\_\_\_\_\_ 共備紀錄：\_\_\_\_\_

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：\_\_\_\_\_）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：\_\_\_\_\_）

☐ 其他 \_\_\_\_\_

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他



一、反思提問：

1. 小學將數字依序列出來利用靠近來感受估算，國中將數字列出來看到模式就可以估算或精算，高中從數列的收斂和發散理解極限的意義，從有限數列到無限數列，一脈相承的核心想法是什麼呢？
2. 段考後，老師們通常會將學生的考試成績做排序，來感覺學生考得如何。我們可以透過高鐵座位號碼知道我們大概是坐在車廂中的哪裏。小孩從出生開始，我們每年量身高來了解小孩的成長狀態，甚至可以預估接下來可能會長多高。這些都是數列，您可以再舉例看看嗎？我們都是怎麼使用數列的呢？
3. 數列基本上有兩種，一種是有規律的，一種是沒有規律的，這兩種各有什麼用途呢？

4. 一般我們都只思考一種項目的數列，其實，我們經常考慮兩個以上項目的數列關係喔，譬如說，重量和體積的關係，這兩個項目所列出來的數列可以讓我們比出密度。您也一起試試看，還有沒有其他的例子是在說明兩種以上項目所呈現的數列之間的關係呢？

5. 在正式進入等差數列或是等比數列的學習時，學生最容易搞混的是序和數，一個是呈現數列每個數字的序，一個是在數列上某個序上的數字，我們應該怎麼協助學生呢？

6. 等差數列所呈現的是變化量固定的數列，這和日後的一次函數的學習有異曲同工之處，當我們將數列轉化成一條條的長條狀，把數列中的每個數字加起來，就像是積分一樣的，下面有兩種求等差級數和的公式，請您試著說出不同公式在本質上的不同。

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2} ; S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$$

7. 等差數列和等比數列，一個談的是差的固定，一個談的是倍數的固定，等差可以畫出一次函數的圖形，等比畫出了指數函數的圖形，知道這些我們可以拿來做什麼呢？

二、 試著撰寫下面名詞的核心概念。

1. 數列
2. 級數
3. 等差數列
4. 等差級數
5. 等比數列
6. 等比級數

三、 試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

| 概念   | 認知 | 形成 | 使用 |
|------|----|----|----|
| 數列   |    |    |    |
| 級數   |    |    |    |
| 等差數列 |    |    |    |
| 等差級數 |    |    |    |
| 等比數列 |    |    |    |
| 等比級數 |    |    |    |

#### 四、觀摩、討論&修改

##### 1. 參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

- (1) 數學新世界--CA-- 等量公理、等差數列、等差級數 教師研習  
20171221 (新北市蘆洲國中)
- (2) 數學新世界--CA--等差數列與級數 入班教學 20180124 (桃園市中壢國中) part1-part2(議課)
- (3) 數學新世界--CA--等差數列、二元一次方程式 教師研習 20180307  
(高雄市國教輔導團) part1-part2
- (4) 數學新世界--CA--七年級 等差數列 入班教學 20170220 (彰化縣彰泰國中)
- (5) 數學新世界--CA--等差數列 教師共備 20170207 (台中輔導團)
- (6) 數學新世界--CA 談數學--20160316 東新國中 等差數列 part1-part2
- (7) 數學新世界--CA 談數學--20160310 初鹿國中 等差數列
- (8) 數學新世界--CA 談數學--20160219 鹿野國中 等差數列 part1-part2

2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

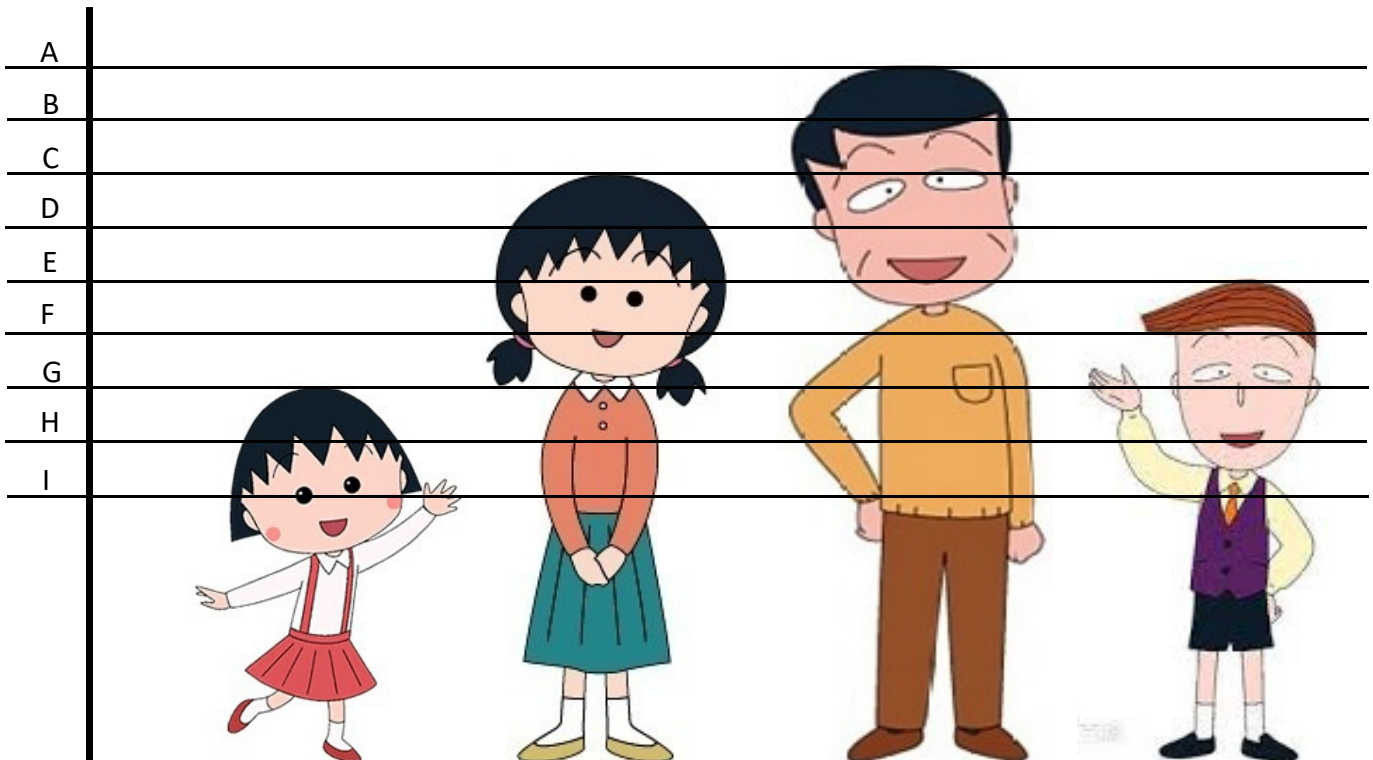
3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

##### 五、學習單：完整版請參考數學新世界國中八年級教材

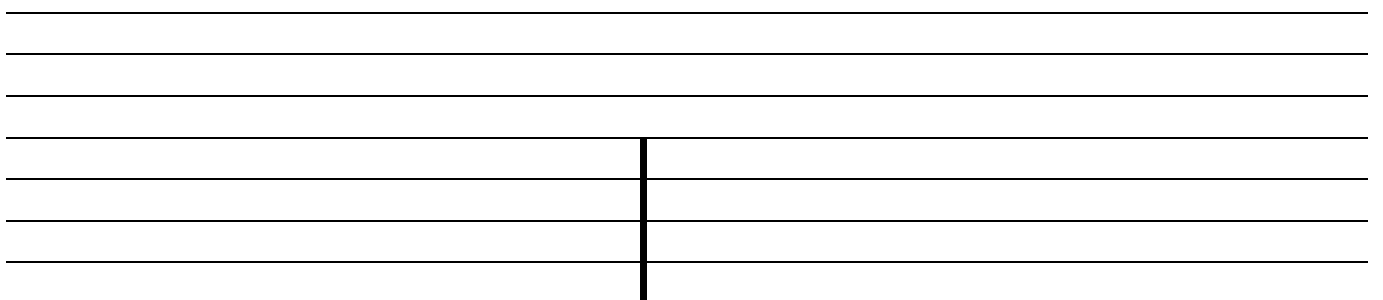


1. 關於身高：

- (1) 小丸子身高的高度是 ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H ☐I。
- (2) 小丸子姐姐身高的高度是 ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H ☐I。
- (3) 小丸子和姐姐平均身高的高度是 ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H ☐I。
- (4) 如果再加上爸爸，小丸子、姐姐和爸爸平均身高的高度會比(3) ☐高 ☐低 ☐一樣。
- (5) 如果再加上花輪，小丸子、姐姐和花輪平均身高的高度會比(3) ☐高 ☐低 ☐一樣。
- (6) 小丸子、姐姐和爸爸平均身高的高度是 ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H ☐I。
- (7) 小丸子、姐姐和花輪平均身高的高度是 ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H ☐I。
- (8) 這樣說對不對？小丸子、姐姐和花輪的身高總和會等於花輪身高乘以 3 ☐對 ☐不對。
- (9) 如果再加入 1 人來和下面 4 個人一起算身高平均，結果平均身高剛好是花輪的身高，請在下面畫出這個人身高的高度。



- (10) 請在下面圖形中加入 4 條不同高度的線段，讓這些線段高度的平均高度剛好是粗黑的線段。



- (11) 這樣說對不對？(10)當中 5 條線段高度總和會等於粗黑線段高度乘以 5 ☐對 ☐不對
- (12) 什麼是平均呢？以多補少，最後大家都變成一樣多。

(13) 總和怎麼算呢？平均  $\times$  個數。

(14) 平均怎麼找呢？若數據有固定變化關係，只要找正中央的數或是找對稱兩端數字平均即可。

2. 請找出下面數據的平均值：

(1) 150、160、170、180、190    (2) 90、80、70、60、50、40    (3) 10、12、14、16、17

3. 請算出下面數據的總和：

(1) 180、190、200、210、220    (2) 150、130、110、90、70、50    (3) 60、80、100、120、130

4. 請找出下面固定變化數列的平均值：

(1) 1、2、3、...、97、98、99    (2) 2、4、6、...、54、56、58    (3) 97、93、89、...、11、7、3

5. 請數出下面固定變化數列的個數：

|                        |                        |                         |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| (1) 1、2、3、...、97、98、99 | (2) 2、4、6、...、54、56、58 | (3) 97、93、89、...、11、7、3 |
|                        | 從 2 到 58 總變化量 =        | 從 97 到 3 總變化量 =         |
|                        | 每次的變化量 =               | 每次的變化量 =                |
|                        | 從 2 到 58 總共變化幾次 =      | 從 97 到 3 總共變化幾次 =       |
|                        | 從 2 到 58 總共有幾個數 =      | 從 97 到 3 總共有幾個數 =       |

6. 請算出下面固定變化數列的總和 = 平均  $\times$  個數。

(1) 1、2、3、...、97、98、99    (2) 2、4、6、...、54、56、58    (3) 97、93、89、...、11、7、3

# 數學新世界教師種子生根計畫-重要連結

## 生根計畫網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>

計畫網站提供多項資源：

各類實體教材資源、各年段教師共備手冊、各場次研習錄影檔、專家教學影片、預約 CA 行程……等。



## 數學新世界 FB 社團

<https://www.facebook.com/groups/nhmath>

這裡提供各位數學教育夥伴們一個討論問題、經驗分享、相互交流的平台，同時也會不定時公告計畫相關活動資訊！

## CA 行程表

<https://goo.gl/a6YNxW>

這是計畫主持人 CA 的公開行事曆，可透過此行事曆知道近幾個月 CA 在各地的研習，若為空白的時間區段，即可聯絡助理安排預約行程。



## 生根計畫官方 LINE

<https://line.me/R/ti/p/%40uje9883i>

計畫特別創立此官方 LINE 帳號，加入好友後，可透過簡易關鍵字查詢計畫相關資訊，包括聯絡方式，各場次研習，也可於上面留言，工作人員會盡快回覆。



Tel: 04-7232105 ext.3288

E-mail: [nhmath@nhmath.com](mailto:nhmath@nhmath.com)

Address: 彰化縣彰化市進德路 1 號數學系

# 重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>