**多項式學習單**

班級： 座號： 姓名：

1. 請展開(分開算)下列各式：

請開慢車，慢慢開…

(1)（*a*＋*b*）（*c*＋*d*）＝

(2)（*a*＋*b*）2＝（*a*＋*b*）（*a*＋*b*）＝

(3)（*a*－*b*）2＝（*a*－*b*）（*a*－*b*）＝

(4)（*a*＋*b*）（*a*－*b*）＝

2.請合併(整套算)下列各式：請開慢車，

一步一步的完成合併…

(1) *ac*＋*ad*＋*bc*＋*bd*＝

(2) *a*2＋2*ab*＋*b*2＝*aa*＋*ab*＋*ba*＋*bb*

(3) *a*2－2*ab*＋*b*2＝*aa*－*ab*－*ba*＋*bb*

(4) *a*2－*b*2＝*aa*－*ab*＋*ba*－*bb*

3.計算下列各式：請試著找出除了直接進行計算以外的策略

(1) 999×102＝

(2) 20092＝

(3) 2972＝

(4) 307×293＝

(5) 179×57＋321×57＋321×43＋179×43＝

(6) 1892＋2×189×11＋112

＝189×189＋189×11＋11×189＋11×11

(7) 7062－2×706×6＋62

＝706×706－706×6－6×706＋6×6

(8) 5372－372＝537×537－537×37＋37×537－37×37

(9) 2001×2002－1999×2004

多項式 設計泉源：CA 編者：李昕儀、陳梅仙、吳如皓、余秉橙

1.你去過賣水果的店舖嗎？水果都是怎麼擺放的？有買過鹹酥雞(或滷味)嗎？它們都是如何擺放的？東西賣到缺貨後要補貨時，補貨的貨會擺在哪裡呢？

2.請將**展開並分類擺放，你會怎麼做呢？哪些項目屬於同一類，可以合併放在同一堆呢？最後可以分出哪些不同類別呢？

3.請在下面表格中找出可以進行合併化簡(加減法運算)的作分類，並計算出總和

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 編號 | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k |
| 項目 | 2 | 2*x*2 | －2*x* | 5*x* | －4*x*2 | 1 | －8*x* | 7*x* | *x*2 | －16 | 3*x*2 |

4.承第3題，請寫出不同類別的項目中的最基本(簡單)的寫法！

**提示：同類項是由這些基本項目經過放大(或縮小)的倍率產生出來的。**

**5.**可以進行合併(加減運算)的項目彼此之間有一種特殊關係？請舉例說明。

6.無法進行合併(加減運算)的項目彼此之間的關係又是什麼？請舉例說明。

7.什麼是「多項式」呢？「多」代表什麼？「項」代表什麼？「式」代表什麼？

8.❶下列哪些算式是x的多項式？ 你是如何判斷？

(A) 5*x*2＋4*x* (B)  (C)*x*－6 (D) 8－*x*

❷下列哪些算式是*y*的多項式？你是如何判斷？

(A)∣9*y*∣ (B) 4*y*＋ (C)＋9 (D)

9.項目前面的那個倍數稱為「係數」，係數的英文是Coefficient，意義是，一起造成它有什麼效應的數，例如：「3*x*2」是「*x*2」的3倍，3就稱為「*x*2」的係數。此外，常數項(constant)就是不變的數、固定的數，例如：7。回答下列問題：

|  |  |
| --- | --- |
| ❶ 6*x*3＋9*x*2－7*x*－15*x*3項的係數為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。*x*2項的係數為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。*x*項的係數為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。常數項為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。 | ❷ 4*y*2－7*y*＋9*y*2項的係數為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。*y*項的係數為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。常數項為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。 |

10.將下列各式展開並合併化簡：

1. (2*x*2＋4*x*＋5) ＋ (*x*2＋2*x*＋1)
2. (－2*x*2－4*x*＋5) ＋ (*x*2＋2*x*－1)
3. (2*x*2－*x*＋1) － (*x*2＋2*x*＋1)

(4) (－*x*2－4*x*＋5) － (3*x*2＋2*x*－1)

11.(1) (x+2) (x+3) =

(2) (x2-4x+3)•(3x-2) =

(3)乘開, 並依照上題的方式來記錄結果。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 2x | -5 |
| X) |  | -3x | -4 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 2x | +5 |
| X) |  | 3x | +4 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 2x | +5 |
| X) |  | 3x | -4 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 2x | -5 |
| X) |  | -3x | +4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 4x | -1 |
| X) | 🞏 | -5 |
|  | 🞏 | +🞏 |
| 🞏 | -🞏 |  |
| 8x2 | -22x | +5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 🞏 | +🞏 |
| X) | 🞏 | +🞏 |
|  | 🞏 | +🞏 |
| 🞏 | +🞏 |  |
| 3x2 | +16x | +5 |

(4)填填看〜

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2x | +4 |
| X) | 🞏 | -1 |
|  | -3x | -4 |
| 15x2 | +20x |  |
| 15x2 | +17x | -4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | -3x | +2 |
| X) | 🞏 | +🞏 |
|  | 🞏 | +🞏 |
| 🞏 | +🞏 |  |
| -24x2 | +31x | -10 |

12. 2 ×（　　）＝18，則（　　）＝18 ÷ 2＝9，這種乘除互逆的關係，對於多項式也成立。

 (1)5*x*‧（　　）＝－35*x*2 (2) 5*x*‧（　　）＝7*x*3

（　　）＝－35*x*2÷（5*x*）＝ （　　）＝7*x*3 ÷（5*x*）＝

(1)（－35*x*2）÷（5*x*）也可利用直式計算：

……商

除數　　　　……被除數

……5 ×（－7）

……餘數



 ……商式



除式……　　 ……被除式

 ……5*x*‧（－7*x*）

 ……餘式

13.在整數除法中，38÷5的商為7，餘數為3，也可以寫成 38＝ 5 × 7 ＋

 ＝×＋

同樣，在多項式除法中，(*x*2＋2*x*＋6)÷(*x*－2)的商式為*x*＋4，餘式為14，也可以寫成

 *x*2＋2*x*＋6＝(*x*－2)(*x*＋4)＋14

　　 被除式＝除式×商式＋餘式

$\frac{4}{3}$Q

14.若A、B、Q、R為多項式，且A÷B＝Q餘R。則

(1) 4A÷B的商式為 4Q ，餘式為 4R 。(2) 4A÷3B的商式為 ，餘式為 4R 。

15.有 6 △和 14 □ ，想以套餐的方式販售，

(1)若以 2 △和 1 □ 為一份套餐，會如何？

(2)若以 1 △和 2 □ 為一份套餐，會如何？

(3) 若以 1 △和 3 □ 為一份套餐，會如何？

16.有 $6x+14$ ，想以套餐的方式販售，

(1)若以 $2x+1$ 為一份套餐，會如何？

(2)若以 $x+2$ 為一份套餐，會如何？

(3)若以$x+3$為一份套餐，會如何？

17.請仔細想想下列兩題的關係 (6x2+23x+20)÷(2x+5) (2*x*2－*x*－6)÷(*x*－2)



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  2x | +5 |
| X) |  🞏 | +🞏 |
|  |  🞏 | +🞏 |
|  🞏 | +🞏 |  |
|  6x2 | +23x | +20 |



(2x+5)‧（　　）＝(6x2+23x+20)

（　　）＝(6x2+23x+20)÷(2x+5)＝

18. (1)（2*x*2－3*x*－5）÷（2*x*） 

商式為*x*－，餘式為－5。

(3)(2*x*3＋*x*＋10)÷(*x*2＋2*x*＋3)

(2) （5*x*2－4*x*＋3）÷（*x*＋2） （5*x*2－4*x*＋3）÷（*x*＋2）



商式為5*x*－14，餘式為31。



商式為2*x*－4，餘式為3*x*＋22。

1. *x*的四次多項式，最多有幾項？

5

1. 多項式(6*x* 2－3*x*－10)＋(－4*x* 2＋9*x*＋3)化簡之後，其各項係數總和為多少？

1

3. 若*C*是多項式，且(*x*2＋4*x*－3)－C＝－3*x*2＋2*x*＋9，求多項式*C*。

答：4*x*2＋2*x*－12

4.如右圖，若軒軒利用分離
係數法解得兩多項式之和
為－3*x*2＋8，則



*b*＋*c*＋*d*＋*e*＝？

解： 因為兩多項式之和為－3*x*2＋8
得 ⇒
所以*b*＋*c*＋*d*＋*e*＝(－5)＋5＋8＝8

5.兩個*x*的多項式*A*＝(2*a*＋*b*)*x*2－11*x*＋(3*a*－*b*)，*B*＝2*x*2＋(*a*－3*b*)*x*＋*c*，若*A*＝*B*，則*a*、*b*、*c*三數的大小關係為何？解：因為*A*＝*B*
得 由、 ⇒*a*＝－，*b*＝代入 得*c*＝－－＝－
所以*b*＞*a*＞*c*

6.若兩個多項式*A*與*B*，若*A*＋*B*＝4*x*2－3*x*＋5，*A*－*B*＝4*x*2＋3*x*－5，則3*A*－5*B*＝？

解： 因為
由＋ ⇒ 2*A*＝8*x*2，*A*＝4*x*2
由－ ⇒ 2*B*＝－6*x*＋10，*B*＝－3*x*＋5
所以3*A*－5*B*＝3．4*x*2－5(－3*x*＋5)
所以3*A*－5*B*＝12*x*2＋15*x*－25

7.有一道數學題：「兩多項式*A*、*B*，*B*＝－5*x*2－2*x*＋6，求*A*＋3*B*。」小威誤把3*B*看成5*B*，結果求出的答案是2*x*2－*x*＋1，請你幫小威算出此道數學題的正確答案。

解：因為*A*＋5*B*＝2*x*2－*x*＋1 又5*B*＝－25*x*2－10*x*＋30 得*A*＝(2*x*2－*x*＋1)－(－25*x*2－10*x*＋30) ＝27*x*2＋9*x*－29 所以*A*＋3*B* ＝(27*x*2＋9*x*－29)＋3(－5*x*2－2*x*＋6) ＝27*x*2＋9*x*－29－15*x*2－6*x*＋18 ＝12*x*2＋3*x*－11

8.如右圖，分別用*x*的多項式表示此圖形的周長與面積。



 解：周長＝[(3*x*＋3*x*＋1)＋(4＋5)]×2
　　　　＝[6*x*＋10]×2
　　　　＝12*x*＋20
　　面積＝3*x*×4＋(3*x*＋3*x*＋1)×(5－2)＋2×2*x*
　　　　＝12*x*＋(18*x*＋3)＋4*x* 　　　＝34*x*＋3

9.若*x*的多項式*A*＝*x*3＋3*x*2－2*x*＋1＝*a*(*x*＋1)3＋*b*(*x*＋1)2＋*c*(*x*＋1)＋*d*，求：

(1) *a*＋*b*＋*c*＋*d*＝。

(2)－*a*＋*b*－*c*＋*d*＝。

(1)代*x*＝0，＝*a*(0＋1)3＋*b*(0＋1)2＋*c*(0＋1)＋*d*

1＝*a*＋*b*＋*c*＋*d*

(2)代*x*＝－2，則可得＝*a*(－2＋1)3＋*b*(－2＋1)2＋*c*(－2＋1)＋*d*

－8＋12＋4＋1＝－*a*＋*b*－*c*＋*d=*＝9

10.若*x*2＋3*x*－1＝0，則(*x*2＋3*x*＋1)3＋(*x*3＋3*x*2)2＋(4*x*2－4)可化為*x*的一次多項式為。

可得*x*2＋3*x*＝1且*x*2－1＝－3*x*且*x*2＝－3*x*＋1，



故所求＝23＋*x*2＋(－12*x*) ＝8＋(－3*x*＋1)－12*x*＝－15*x*＋9

11. 如下圖(一)，四邊形*ABCD*、*EFGH*均是長為2*x*、寬為3的矩形。今將兩個矩形做部分疊合，使得*E*點在上，*B*點在上，如下圖(二)所示。若連接，則五邊形*AGHCD*的面積為何？

如圖(二)，以為邊作正方形*ADIG*得

＝＝2*x*－3所以五邊形*AGHCD*面積

＝正方形*ADIG*面積－等腰直角△*CIH*面積
＝(2*x*)2－(2*x*－3)2 ＝4*x*2－(4*x*2－12*x*＋9)

＝4*x*2－2*x*2＋6*x*－＝2*x*2＋6*x*－

12.如右圖(一)，在長度為28公分的上取一點*P*，用 圍成一個長方形*PMNO*，其中 ＝3，再用圍成一個正方形*PVUT*，如右圖(二)。若 ＝*x*公分，則：
(1) 為多少公分？(以*x*表示)
(2) 長方形與正方形面積的總和為多少平方公分？(以*x*表示)



(1)因為 ＝3＝3*x*

 ⇒ ＝2(＋)＝2(3*x*＋*x*)＝8*x*
 所以 ＝28－＝28－8*x*(公分)

(2)長方形與正方形面積的總和
 ＝×＋()2＝3*x*．*x*＋(7－2*x*)2
 ＝3*x*2＋(49－28*x*＋4*x*2)＝7*x*2－28*x*＋49

13.若兩多項式(3x－2)(2x2－kx＋4)的乘積中，x2項的係數為8，則：
(1) k之值為何？
(2) 此乘積的係數總和(含常數項)為何？

(3) x項的係數為何？

 (1) ⇒ 3×(－k)＋(－2)×2＝8
⇒ －3k－4＝8 所以k＝－4
(2) 將x＝1代入(3x－2)(2x2＋4x＋4)
 得係數總和＝(3－2)(2＋4＋4)
 　　　　　＝1×10＝10

 (3) 12+(－8)=4

14.(1)若*A*、*B*均為二次多項式，則*A*＋2*A*×*B*－3*B*的結果為幾次多項式？

(2)若多項式12*x*3＋9*x*2＋*kx*－3與(*ax*2＋*b*)(4*x*＋3)相等，其中*a*、*b*、*k*為常數，則*a*＋*b*－*k*＝？

(3) 若(*dx*＋*e*)(*x*2＋*x*＋1)＋1展開可得*x*3，

則*d*＋*e*＝？。





(1) 四次 (2) 6

(2) (*dx*＋*e*)(*x*2＋*x*＋1)＋1＝*x*3

(*dx*＋*e*)(*x*2＋*x*＋1)＝*x*3－1

將(*x*3－1)÷(*x*2＋*x*＋1)，可得商式為*x*－1

與*dx*＋*e*比較係數可得*d*＝1、*e*＝－1

所以*d*＋*e*＝1＋(－1)＝0

15.章老師作一個多項式除法示範後，擦掉計算過程中的六個係數，並以*a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f*表示，求*a*＋*b*＋*d*＋*e*＝？
解：因為

 ⇒
所以*a*＋*b*＋*d*＋*e*＝19＋3＋13＋9＝44

16.計算(2x3＋10x2＋ax－3)÷(2x2＋4x－b)會整除，則a－b之值為何？

解：

根據上面的除法運算，得
 ⇒
所以*a*－*b*＝11－1＝10

17.(1)若以2x－3除多項式A得商式為－6x＋1、餘式為7，則多項式A為何？

(2) 若B為一多項式，且有 ＝

(x＋2)－的關係，則多項式B為何？

(3) 已知多項式B除以x＋2的餘式為－5，則2B＋4除以x＋2的餘式為何？

(4) 若多項式*A*除以多項式B，得商式*Q*，餘式*R*，則3*A*÷*B*的商式與餘式為下列何者？

解：(1) *A*＝(2*x*－3)(－6*x*＋1)＋7
 *A* *A*＝－12*x*2＋20*x*＋4
(2) *B*＝[(3*x*2＋4*x*－5)－(－1)]÷(*x*＋2)
 *B*＝(3*x*2＋4*x*－4)÷(*x*＋2)＝3*x*－2

(3) A＝BQ＋R 3A＝B(3Q)＋3R

商式為3*Q*，餘式為3*R*

(4) B＝(x＋2)(Q)－5 2B＝(x＋2)(2Q)－10

2B＋4＝(x＋2)(2Q)－6

18.(1)若多項式*A*除以*x*－1，得商式*x*2＋*x*＋1，餘式為1，則*A*‧（*x*＋1）的乘積除以*x*－1，所得餘式為何？

(2) 設*x*3－2*x*2＋*ax*＋*b*除以（*x*－2）（*x*－1）所得的餘式為2*x*＋1，求*a*、*b*之值。

(3) 若(*x*2＋95*x*＋96)2＝*ax*4＋*bx*3＋*cx*2＋*dx*＋*e*，則*a*－*b*＋*c*－*d*＋*e*＝？

(1) A＝(*x*－1)(*x*2＋*x*＋1)＋1

(*x*＋1)A＝(*x*－1)(*x*2＋*x*＋1)(*x*＋1)＋1(*x*＋1)

(*x*＋1)A＝(*x*－1)[(*x*2＋*x*＋1)(*x*＋1)]＋(*x－*1) ＋2

(*x*＋1)A＝(*x*－1)[(*x*2＋*x*＋1)(*x*＋1) ＋1] ＋2 餘式為2

(2) 設x3－2x2＋ax＋b＝（*x*－2）（*x*－1）(Q) ＋2*x*＋1 代*x*＝2 和 代*x*＝1即可求*a*、*b*之值 得*a*＝1,*b*＝3

(3) 將原式左右代x＝－1得 (1－95＋96)2＝a－b＋c－d＋e 4＝a－b＋c－d＋e

19.設*A*＝(*x*2＋5*x*－4)(*x*2－5*x*－4)＋3(*x*2－5*x*－4＋10*x*)＋(2*x*＋7)，試求*A*除以*x*2－5*x*－4的商式與餘式。商式*x*2＋5*x*－1 餘式32*x*＋7

*A*＝(*x*2＋5*x*－4)(*x*2－5*x*－4)＋3(*x*2－5*x*－4＋10*x*)

 ＋(2*x*＋7)

＝(*x*2＋5*x*－4)(*x*2－5*x*－4)＋3(*x*2－5*x*－4)＋30*x*

＋2*x*＋7

 ＝(*x*2－5*x*－4)[(*x*2＋5*x*－4)＋3]＋32*x*＋7

 ＝(*x*2－5*x*－4)(*x*2＋5*x*－1)＋32*x*＋7

除式 商式 餘式

20.求(*x*2－2*x*－1)2÷(*x*2－2*x*＋1)的商式與餘式

（*x*2－2*x*－1)2＝[(*x*2－2*x*＋1)－2]2

 ＝(*x*2－2*x*＋1)2－4(*x*2－2*x*＋1)＋4

 ＝(*x*2－2*x*＋1)(*x*2－2*x*＋1－4)＋4

 ＝(*x*2－2*x*＋1)(*x*2－2*x*－3)＋4

 除式 商式 餘式

故商式為*x*2－2*x*－3，餘式為4

21.設*x*2－6*x*＋3＝0，則＝？

x3－7x2＋9x＋3

＝x(x2－6x)－x2＋9x＋3

＝x(x2－6x)＋(x2－6x)＋3x＋3

＝(x2－6x)(x－1)＋3x＋3

＝－3x＋3＋3x＋3

＝6

又x2－6x－3＝－3－3＝－6

原式＝$\frac{6}{－6}$＝－1

22.若多項式*A*除以(*x*－2)及(*x*－3)，各得餘式為8及11，且*A*除以(*x*－2)(*x*－3)的商式為(*x*－4)，則多項式*A*除以(*x*－4)的餘式為。

設*A*＝(*x*－2)(*x*－3)(*x*－4)＋*ax*＋*b*

 解得*a*＝3，*b*＝2

代*x*＝2得

代*x*＝3得

故原式*A*＝(*x*－2)(*x*－3)(*x*－4)＋3*x*＋2

代入*x*＝4可得*A*除以(*x*－4)的餘式為3•4＋2＝14