

數學科教師共備手冊

國中課程

單元5

一元二次方程式



數學新世界

2018年09月 編印

📖教學共備 memo

一、共備模式

(一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

(二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

(三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

二、共備流程

單元共備單	觀摩教學知能影片	學習單實踐教學
共備前	共備前	共備前
單元共備單反思	1.第1次反思單撰寫 2.CA教學或教專研習影片觀摩 3.撰寫觀摩影片記錄	1.撰寫與編修單元學習單 2.確立學習單教學脈絡與設計想法 3.使用學習單教學
共備	共備	共備
1.討論單元共備單 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.討論觀摩影片記錄 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.分享教學心得感想 2.討論觀課記錄 3.發想概念發展教學設計
共備後	共備後	共備後
1.核心概念細部分析 2.概念發展的教學脈絡細部調整 3.嘗試概念發展的教學	1.第2次反思單撰寫 2.編修單元學習單	1.編修單元學習單 2.再次使用學習單教學

三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：_____ 共備日期：_____

本次共備主持人：_____ 共備紀錄：_____

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：_____）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：_____）

☐ 其他 _____

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他

一元二次方程式

一、單元名稱：乘法公式、多項式的運算、因式分解、配方法、公式解、一元二次方程式

二、反思提問：

1.從一次方程式到二次方程式，甚至是日後的三次或更多次的方程式，試著寫寫看，什麼樣的情境有機會出現二次或以上的關係式或算式？也就是說，在什麼樣的情境下會出現 $A \times B$ ，而且 A 和 B 都是使用相同的變數 x 的一次式？面積問題(從總長度的不變看面積的變)？旅行社(從單價和數量的變看總收入的變)或果樹問題(從產量和數量的變看總產量的變)？拋物線問題(從時間的變看高度的變)？還有嗎？

2.什麼情況下你會說 x 是未知數？什麼情況下你會說 x 是變數？未知數和變數有什麼不同？

3.下面的應用問題，你會說牙籤的長度是未知數還是變數呢？

偉明用牙籤去量一張長方形的紙片，發現紙片的長比牙籤長的兩倍少 1 公分，寬比牙籤長多 2 公分。若已知紙片的面積為 88 平方公分，則牙籤的長為幾公分？

4.二次函數和一元二次方程式有什麼不同？不同的觀點底下，在問題的解決的歷程中，函數與方程式的圖形分別代表什麼意義？這些圖形對問題的解決有什麼幫助？

5.因式分解法對於二次函數和一元二次方程式的意義分別是什麼？

6.配方法對於二次函數和一元二次方程式的意義分別是什麼？

7.多項式的『多』是什麼意思呢？『項』是什麼呢？那，『式』又是什麼呢？

8.多項式當中的 x 和方程式當中的 x ，有什麼不同呢？是未知數嗎？是變數嗎？還是，既不是未知數也不是變數呢？

9.算式「 $7 \div 2 = 3 \dots 1$ 」和「 $(x^2 + 1) \div x = x \dots 1$ 」有什麼不同呢？

三、試著撰寫下面名詞的核心概念。

未知數

變數

乘法公式

多項式

因式分解

配方法

一元二次方程式

二次函數

四、試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
未知數			
變數			
乘法公式			
多項式			
因式分解			
配方法			
一元二次方程式			
二次函數			

五、觀摩、討論&修改

1.參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

(1)數學新世界--CA 談數學--20170927 臺北市三民國中 多項式函數 part1
(23:50-1:09:20)

(2)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part1

(3)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part2

(4)數學新世界--CA 談數學--黎明國中資優課程 一元二次方程式 part3

(5)數學新世界--CA 談數學--20161223 彰泰國中 八年級 一元二次方程式

2.針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3.找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

六、學習單：完整版請參考數學新世界國中八年級教材

一元二次方程式

1. 手機 iphone8 有兩種尺寸，4.7 吋和 5.5 吋，你覺得面板大小，5.5 吋會是 4.7 吋的幾倍大呢？

$$\square \frac{5.5}{4.7} \quad \square \frac{5.5}{4.7} \times \frac{5.5}{4.7}$$

2. 一條長度為 18 的繩子可以圍出來的矩形面積可以有多大呢？

矩形

(1) 請完成下面空格

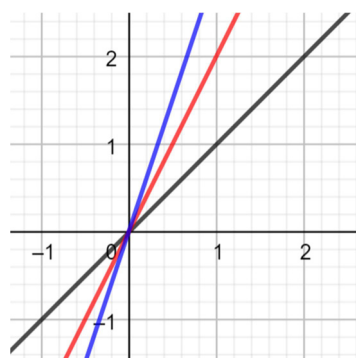
長	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
寬	9	8								0
面積	0	8								0

(2) 矩形面積最大可以有多大呢？

(3) 有沒有辦法圍出面積是 6 的矩形呢？☐ 可以 ☐ 不可以

(4) 面積是 12 的矩形的長和寬有多長呢？

3. 右邊是 $y = x$ 、 $y = 2x$ 、 $y = 3x$ 的圖形，猜猜看， $y = xx$ 的圖形會長什麼樣子呢？試著大膽的畫畫看！直覺就好喔！不用很準！



4. 阿雄將成本為 40 元的杯子，以 50 元的價格賣出，能賣出 500 個。若阿雄將售價調漲 1 元，則杯子就會少賣 10 個。今天阿雄想淨賺 8000 元，則他要將杯子定價為多少元？可銷售多少個杯子？

5. 承上題， $(50+x-40)(500-10x)=8000$ 。

(1) 什麼情況下會完全賺不到錢？

(2) 利用(1)的解法思考 $(50+x-40)(500-10x)=8000$ 該怎麼算？

分開算和一起算

1. 分開算和一起算 part1

- (1) 甲班有 27 個學生，班上要舉辦慶生活動，為每個學生買了一塊蛋糕和一杯飲料，一塊蛋糕的價錢是  元，一杯飲料是  元，請將全班的花費列式。

- (2) 甲乙兩班聯合舉辦慶生活動，為每個學生買了一塊蛋糕和一杯飲料，一塊蛋糕的價錢是  元，一杯飲料是  元，請列出兩班的總花費。

(3) 完成下面空格

一起算	分開算
a. $2 \times (\star + \diamond)$	$= 2 \times \star + 2 \times \diamond$
b. $100 \times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
c.  $\times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
d. $2 \times \star + 2 \times \diamond$	$= 2 \times (\star + \diamond)$
e. $\odot \times \star + \odot \times \diamond$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
f. $\times \times (\star + \diamond) + \circ \times (\star + \diamond)$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
g. $(\star + \diamond) \times (\times + \circ)$	$= \times \times (\underline{\hspace{1cm}}) + \circ \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
h. $\times \times (\underline{\hspace{1cm}}) + \circ \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$	$= \times \times \star + \times \times \diamond + \circ \times \star + \circ \times \diamond$

2. 改變紀錄方式！

一起算 $\Rightarrow$ 分開算	分開算 $\Rightarrow$ 一起算
(1) $2 \times (\star + \diamond) = 2 \times \star + 2 \times \diamond$ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad 2 \\ \hline 2 \times \star \quad + 2 \times \diamond \end{array}$	(2) $2 \times \star + 2 \times \diamond = 2 \times (\star + \diamond)$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \quad \square \\ \hline 2 \times \star \quad + 2 \times \diamond \end{array}$

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(3) 🍌×(☆+◇)= _____ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad \quad \text{🍌} \\ \hline \square \quad \square \end{array}$	(4) 🍌×☆+🍌×◇= _____ × _____ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \quad \square \\ \hline \text{🍌} \times \star \quad + \text{🍌} \times \diamond \end{array}$
(5) (☆+◇)×(※+○)= _____ $\begin{array}{r} \star \quad + \diamond \\ \times) \quad \quad \quad \text{※} \quad + \circ \\ \hline \circ \times \star \quad + \circ \times \diamond \\ \text{※} \times \star \quad + \text{※} \times \diamond \end{array}$	(6) ※×☆+※×◇+○×☆+○×◇ $= \frac{\quad \times \quad}{\quad \times \quad}$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \circ \times \star \quad + \circ \times \diamond \\ \text{※} \times \star \quad + \text{※} \times \diamond \end{array}$
(7) (a+b)×(c+d) = _____ $\begin{array}{r} a \quad + b \\ \times) \quad c \quad + d \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \end{array}$	(8) d×a + d×b + c×a + c×b = _____ $(\quad) \times (\quad)$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline d \times a \quad + d \times b \\ c \times a \quad + c \times b \end{array}$
(9) (a+b)×(a+b) = _____ $\begin{array}{r} a \quad + b \\ \times) \quad a \quad + b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$	(10) $a^2 + 2ab + b^2$ $= (\quad) \times (\quad) = (\quad)^2$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad + 2ab \quad + b^2 \end{array}$
(9) (a-b)×(a-b) = _____ $\begin{array}{r} a \quad - b \\ \times) \quad a \quad - b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$	(10) $a^2 - 2ab + b^2$ $= (\quad) \times (\quad) = (\quad)^2$ $\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad - 2ab \quad + b^2 \end{array}$

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(13) $(a+b) \times (a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ $ \begin{array}{r} a \quad +b \\ \times) \quad a \quad -b \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array} $	(14) $a^2 - b^2 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $ \begin{array}{r} \square \quad \square \\ \times) \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \hline a^2 \quad 0 \quad -b^2 \end{array} $
(15) $(x+3) \times (x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$ $ \begin{array}{r} x \quad +3 \\ \times) \quad x \quad +3 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array} $	(16) $x^2 + 6x + 9$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $ \begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +6x \quad +9 \end{array} $
(17) $(x-5) \times (x-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $ \begin{array}{r} x \quad -5 \\ \times) \quad x \quad -5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array} $	(18) $x^2 - 10x + 25$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $ \begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +25 \end{array} $
(19) $(x+7) \times (x-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ $ \begin{array}{r} x \quad +7 \\ \times) \quad x \quad -7 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array} $	(20) $x^2 - 49$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})^2$ $ \begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +0x \quad -49 \end{array} $

一起算 ⇨ 分開算	分開算 ⇨ 一起算
(21) $(x+3) \times (x+5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +3 \\ \times) \quad x \quad +5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(22) $x^2 + 8x + 15 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad + 8x \quad + 15 \end{array}$
(23) $(x-4) \times (x-6) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad -4 \\ \times) \quad x \quad -6 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(24) $x^2 - 10x + 24 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad - 10x \quad + 24 \end{array}$
(25) $(x+4) \times (x-6) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} x \quad +4 \\ \times) \quad x \quad -6 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(26) $x^2 - 2x - 24 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad - 2x \quad - 24 \end{array}$
(27) $(2x+3) \times (4x+5) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} 2x \quad +3 \\ \times) \quad 3x \quad +5 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(28) $8x^2 + 22x + 15 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline 8x^2 \quad + 22x \quad + 15 \end{array}$
(29) $(3x+4) \times (2x-7) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\begin{array}{r} 3x \quad +4 \\ \times) \quad 2x \quad -7 \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline \square x^2 \quad \square x \quad \square \end{array}$	(30) $6x^2 - 13x - 28 = (\underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}})$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ \square x^2 \quad \square x \\ \hline 6x^2 \quad - 13x \quad - 28 \end{array}$

多項式的乘法和除法

1. 慢慢地做乘法：

- ①乘開 $(x+2) \times (x+3)$
 ②作合併
 ③怎麼”排”比較容易對齊來作合併

$$(x+2) \times (x+3)$$

=

先由老師說明
再由學生做！

2. 慢慢地做乘法：

- ①乘開 $(x^2-4x+3) \cdot (3x-2)$
 ②作合併
 ③怎麼”排”比較容易對齊來作合併

$$(x^2-4x+3) \cdot (3x-2)$$

=

3. 乘開，並依照上題的方式來記錄結果。

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad 3x+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad 3x-4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ \times) \quad -3x+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ \times) \quad -3x-4 \\ \hline \end{array}$$

4. 填填看～

$$\begin{array}{r} 3x+4 \\ \times) \quad \square-1 \\ \hline -3x-4 \\ 15x^2+20x \\ \hline 15x^2+17x-4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x-1 \\ \times) \quad \square-5 \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 8x^2-22x+5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x+2 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline -24x^2+31x-10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square+\square \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 3x^2+16x+5 \end{array}$$

5. 請仔細想想下列兩題的關係：

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 6x^2+23x+20 \end{array}$$

$$(6x^2+23x+20) \div (2x+5)$$

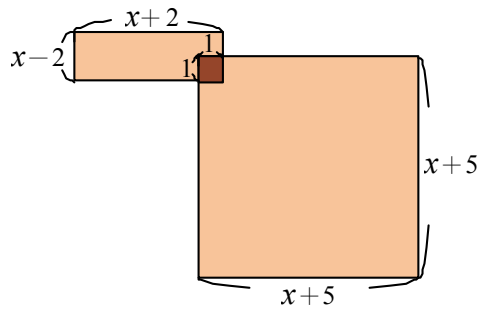
6. 承上題，請仔細想想下列兩題的關係：

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ \times) \quad \square+\square \\ \hline \square+\square \\ \square+\square \\ \hline 6x^2+23x+\square \end{array}$$

$$(6x^2+23x+21) \div (2x+5)$$

21

1. 如右圖，一個矩形與一個正方形重疊在一起。如果重疊處(咖啡色部分)是邊長為 1 的正方形，那麼疊合後的總面積為多少？(以 x 的多項式表示)



配成平方法

1. 請在空格中填入適當的答案，透過搭配一個數字來配成完全平方。

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad x \quad +3 \\
 \times) \quad x \quad +3 \\
 \hline
 \quad \quad +3x \quad +9 \\
 x^2 \quad +3x \\
 \hline
 x^2 \quad +6x \quad +9
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x+3)^2 &= (x+3)(x+3) \\
 &= x^2 + 6x + 9 \\
 x^2 + 6x + 9 &= (x+3)(x+3) \\
 &= (x+3)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad x \quad +5 \\
 \times) \quad x \quad +5 \\
 \hline
 \quad \quad \square \quad \square \\
 \square \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x+5)^2 &= (x+5)(x+5) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 \underline{\hspace{2cm}} &= (x+5)(x+5) \\
 &= (x+5)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (3) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +8x \quad +16
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 + 8x + 16 \\
 x^2 + 8x + 16 &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (4) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -14x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 - 14x + \square \\
 x^2 - 14x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (5) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +5x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 + 5x + \square \\
 x^2 + 5x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 (6) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -7x \quad \square
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (\quad)^2 &= (\quad)(\quad) \\
 &= x^2 - 7x + \square \\
 x^2 - 7x + \square &= (\quad)(\quad) \\
 &= (\quad)^2
 \end{aligned}$$

(7)(8)(9)也希望可以模仿上面作法，透過搭配一個數字來配成完全平方，但必須做部分調整喔，請在算式下方寫出完整的算式調整和轉化的過程。

$$\begin{array}{r}
 (7) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +10x \quad +22 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 + 10x + 22 + \square = (\quad)^2$$

$$\begin{array}{r}
 (8) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad -6x \quad +4 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 4 + \square = (\quad)^2$$

$$\begin{array}{r}
 (9) \quad x \quad \square \\
 \times) \quad x \quad \square \\
 \hline
 \quad \quad \square x \quad \square \\
 x^2 \quad \square x \\
 \hline
 x^2 \quad +4x \quad +2 \\
 \quad \quad \quad +\square
 \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 2 + \square = (\quad)^2$$

2. 請在空格中填入適當的答案，目標是可以透過搭配一個數字或經過調整，可以變成完全平方。

x □	(1) $x^2+12x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$	(4) $x^2-2x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$
×) x □	(2) $x^2-8x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$	(5) $x^2+7x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$
□x □	(3) $x^2+14x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$	(6) $x^2-11x+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$
x ² □x	(7) $x^2+12x+25+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$	
x ² +12x □	(8) $x^2-2x-5+ \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$	

因式分解法

1. 請在空格中填入適當的答案，不見得一樣！讓算式完成因式分解。

(1) x +2	(2) x +3	(3) x □
×) x +5	×) x +2	×) x □
+5x +10	□ □	□x □
x ² +2x	□ □	x ² □x
x ² +7x +10	□ □ □	x ² +8x +12
$(x+2)(x+5) = x^2+7x+10$	$(x+3)(x+2) = \underline{\hspace{1cm}}$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = x^2+8x+12$
$x^2+7x+10 = (x+2)(x+5)$	$\underline{\hspace{1cm}} = (x+3)(x+2)$	$x^2+8x+12 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$
(4) x □	(5) x □	(6) x □
×) x □	×) x □	×) x □
□x □	□x □	□x □
x ² □x	x ² □x	x ² □x
x ² -7x +12	x ² +2x -15	x ² -3x -24
$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = x^2-7x+12$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = x^2+2x-15$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = x^2-3x-24$
$x^2-7x+12 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$	$x^2+2x-15 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$	$x^2-3x-24 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$

2. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

(1) 3x +4	(2) 5x +2	(3) □x □
×) 2x +7	×) 4x +3	×) □x □
+21x +28	□ □	□x □
6x ² +8x	□ □	□x ² □x
6x ² +29x +28	□ □ □	15x ² +22x +8
$(3x+4)(2x+7) = 6x^2+29x+28$	$(5x+2)(4x+3) = \underline{\hspace{1cm}}$	$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 15x^2+22x+8$
$6x^2+29x+28 = (3x+4)(2x+7)$	$\underline{\hspace{1cm}} = (5x+2)(4x+3)$	$15x^2+22x+8 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$

(4) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $3x^2 \quad -7x \quad +2$ $(\quad)(\quad)=3x^2-7x+2$ $3x^2-7x+2=(\quad)(\quad)$	(5) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $6x^2 \quad +11x \quad -10$ $(\quad)(\quad)=6x^2+11x-10$ $x^2+11x-10=(\quad)(\quad)$	(6) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $15x^2 \quad -x \quad -6$ $(\quad)(\quad)=15x^2-x-6$ $15x^2-x-6=(\quad)(\quad)$
--	---	--

(7) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $4x^2 \quad -12x \quad +9$ $(\quad)(\quad)=4x^2-12x+9$ $4x^2-12x+9=(\quad)(\quad)$	(8) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $25x^2 \quad +20x \quad 4$ $(\quad)(\quad)=25x^2+20x+4$ $25x^2+20x+4=(\quad)(\quad)$	(9) $\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $49x^2 \quad \quad \quad -36$ $(\quad)(\quad)=49x^2-36$ $49x^2-36=(\quad)(\quad)$
---	---	--

(10) $\square$ $\square$ $\times$) $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $-4xz \quad -6yz$ $10x^2 \quad +15xy$ $(\quad)(\quad)=10x^2-4xz+15xy-6yz$ $10x^2-4xz+15xy-6yz=(\quad)(\quad)$	(11) $\square$ $\square$ $\square$ $\times$) $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $x^3 \quad \quad \quad +1$ $(\quad)(\quad)=x^3+1$ $x^3+1=(\quad)(\quad)$
---	--

3. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

$\square x$ $\square$ $\times$) $\square x$ $\square$ $\square x$ $\square$ $\square x^2$ $\square x$ $x^2 \quad +7x \quad -18$	(1) $x^2+7x-18=(\quad)(\quad)$ (2) $x^2-x-6=(\quad)(\quad)$ (3) $6x^2+17x+5=(\quad)(\quad)$ (4) $4x^2+11x-3=(\quad)(\quad)$	(5) $6x^2-x-12=(\quad)(\quad)$ (6) $3x^2-7x+2=(\quad)(\quad)$ (7) $12x^2-8x-15=(\quad)(\quad)$ (8) $6x^2-5x-6=(\quad)(\quad)$
---	---	---

4. 請在空格中填入適當的答案，讓算式可以成功的完成因式分解。

$\begin{array}{r} x \quad \square \\ \times) \quad x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -5x \quad \square \end{array}$	$(1)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(2)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(3)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(4)x^2-5x+\underline{\hspace{2cm}}=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$
$\begin{array}{r} x \quad \square \\ \times) \quad x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad \square x \quad -12 \end{array}$	$(5)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(6)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(7)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$ $(8)x^2+\underline{\hspace{2cm}}x-12=(\hspace{1cm})(\hspace{1cm})$

求一元二次方程式的解

一、準備

1. 求平方根 $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$、 $(-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = 3$	2. 兩數相乘等於零 $a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$
(1) 求方程式 $x^2=5$ 的解 $x^2=5$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = 5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(1) 求方程式 $(x-2)(x-5)=0$ 的解 $(x-2)(x-5)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(2) 求方程式 $x^2=0$ 的解 $x^2=0$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(2) 求方程式 $(x+1)(x+4)=0$ 的解 $(x+1)(x+4)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(3) 求方程式 $x^2=-5$ 的解 $x^2=-5$ $\Rightarrow (\quad x \quad) \times (\quad x \quad) = -5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = -5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(3) 求方程式 $(x-2)(3x+1)=0$ 的解 $(x-2)(3x+1)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$

1. 求平方根	2. 兩數相乘等於零
(4) 求方程式 $(x-3)^2=5$ 的解 $(x-3)^2=5$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = 5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(4) 求方程式 $(x)(x+3)=0$ 的解 $(x)(x+3)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(5) 求方程式 $(x-3)^2=0$ 的解 $(x-3)^2=0$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = 0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(5) 求方程式 $(x)(2x-7)=0$ 的解 $(x)(2x-7)=0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(6) 求方程式 $(x-3)^2=-5$ 的解 $(x-3)^2=-5$ $\Rightarrow (x-3) \times (x-3) = -5$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = -5$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(6) 求方程式 $x^2+4x=0$ 的解 $x^2+4x=0$ $\Rightarrow (x) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$
(7) 求方程式 $2(x+3)^2=5$ 的解 $2(x+3)^2=5$ $\Rightarrow (x+3) \times (x+3) = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow x = (\quad)$	(7) 求方程式 $3x^2-5x=0$ 的解 $3x^2-5x=0$ $\Rightarrow (x) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$

二、執行

1. 配成平方法(一定可以)	2. 因式分解法(有時不行)
(1) 求方程式 $x^2+8x+7=0$ 的解 $x^2+8x+7=0$ $\Rightarrow x^2+8x+7+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\square x \quad \square$ $\times) \quad \square x \quad \square$ $\square x \quad \square$ $x^2 \quad \square x$ $x^2 \quad +8x \quad +7+\square$	(1) 求方程式 $x^2+8x+7=0$ 的解 $x^2+8x+7=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0$ 或 $(\quad) = 0$ $\Rightarrow x = (\quad)$ $\square x \quad \square$ $\times) \quad \square x \quad \square$ $\square x \quad \square$ $x^2 \quad \square x$ $x^2 \quad +8x \quad +7$

1. 配成平方法(一定可以)	2. 因式分解法(有時不行)
(2) 求方程式 $x^2-10x+21=0$ 的解 $x^2-10x+21=0$ $\Rightarrow x^2-10x+21+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +21+\square \end{array}$	(2) 求方程式 $x^2-10x+21=0$ 的解 $x^2-10x+21=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0 \text{ 或 } (\quad) = 0$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad -10x \quad +21 \end{array}$
(3) 求方程式 $2x^2+3x-5=0$ 的解 $2x^2+3x-5=0$ $\Rightarrow x^2+\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}+\square=0+\square$ $\Rightarrow (\quad)^2=\square$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ x^2 \quad \square x \\ \hline x^2 \quad +\frac{3}{2}x \quad -\frac{5}{2}+\square \end{array}$	(3) 求方程式 $2x^2+3x-5=0$ 的解 $2x^2+3x-5=0$ $\Rightarrow (\quad) \times (\quad) = 0$ $\Rightarrow (\quad) = 0 \text{ 或 } (\quad) = 0$ $\Rightarrow x=(\quad)$ $\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x \quad \square \\ 2x^2 \quad \square x \\ \hline 2x^2 \quad +3x \quad -5 \end{array}$

重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>