

數學科教師共備手冊

國中課程

單元13

二次函數



數學新世界

2019年01月 編修

📖教學共備 memo

一、共備模式

(一) 單元共備單

此模式為教師們透過單元共備單之反思、核心概念、概念發展教學脈絡的討論，形成本身的概念發展教學脈絡而實踐於教學。

(二) 觀摩教學知能影片

此模式為備課階段的共備，旨在掌握數學知識的本質內涵與觀摩概念發展教學如何進行，從中重新認識數學概念知識，形成教師本身的教學脈絡。

(三) 學習單實踐教學

此模式為觀課、議課階段的共備，旨在實踐以概念發展為主軸的教學，於過程中再次釐清知識本質內涵，不斷修正與精進教學知能。

二、共備流程

單元共備單	觀摩教學知能影片	學習單實踐教學
共備前	共備前	共備前
單元共備單反思	1.第1次反思單撰寫 2.CA教學或教專研習影片觀摩 3.撰寫觀摩影片記錄	1.撰寫與編修單元學習單 2.確立學習單教學脈絡與設計想法 3.使用學習單教學
共備	共備	共備
1.討論單元共備單 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.討論觀摩影片記錄 2.釐清數學概念知識 3.確立單元教學脈絡	1.分享教學心得感想 2.討論觀課記錄 3.發想概念發展教學設計
共備後	共備後	共備後
1.核心概念細部分析 2.概念發展的教學脈絡細部調整 3.嘗試概念發展的教學	1.第2次反思單撰寫 2.編修單元學習單	1.編修單元學習單 2.再次使用學習單教學

三、共備紀錄表（參考版）

共備單元：_____ 共備日期：_____

本次共備主持人：_____ 共備紀錄：_____

📖 本次共備討論素材：

☐ 單元共備單

☐ 單元概念反思單

☐ 觀摩教學或研習影片（影片名稱：_____）

☐ 生根單元學習單（學習單名稱：_____）

☐ 其他 _____

📖 討論內容：

一、針對「單元共備單」、「單元概念反思單」、「觀摩教學影片紀錄」、「觀摩研習影片」或「生根單元學習單」進行想法交流。

二、本單元概念核心本質與內涵。

三、本單元概念教學脈絡。

四、本單元教學巧思與眉角。

五、本單元學生常見學習迷思解決之道。

六、學習單修改建議與實際教學建議。

七、其他



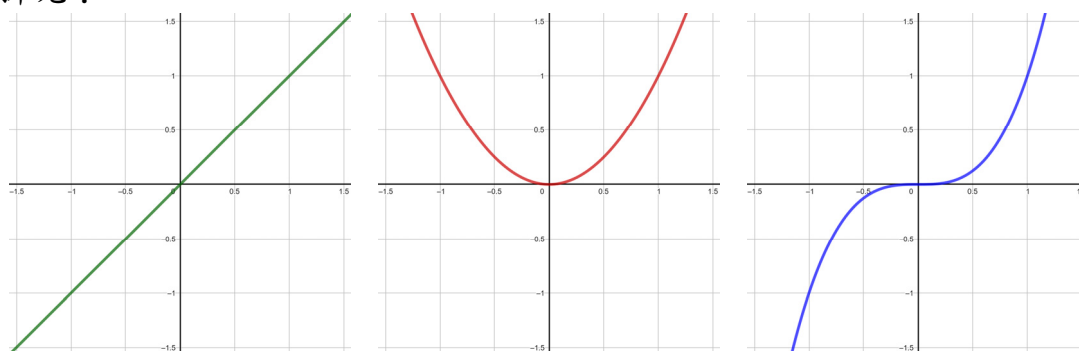
一、反思提問：

1. 小學學習數線、數量與數量的關係，國中學習直角坐標系，將關係寫成方程式，再寫成函數，從一次函數到二次函數，到高中的指數函數、對數函數、三角函數，甚至是函數極限值的計算...，這當中有方程式的圖形和函數圖形在當中不斷地交錯，請您試著舉例說明其中的不同與本質上的差異。
2. 國中階段我們可以利用配方法將二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 改寫成 $y = a(x + h)^2 + k$ ，高中學習三次函數時，也可以利用配方法將 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 改寫成 $y = a(x + h)^3 + p(x + h) + k$ ，我們這麼做的好處是什麼呢？我們透過配方法看到了什麼呢？
3. 我們來練習一下，請您將 $y = x^3 + 6x^2 + 4x + 5$ 透過配方法改寫成標準式 $y = a(x + h)^3 + p(x + h) + k$ 。
4. 我們會說 $y = 3(x - 2)^2 + 1$ 的圖形是 $y = 3x^2$ 圖形向右平移 2 個單位，

可是，明明是做減法，怎麼不是向左而是向右呢？二次函數、三次函數、圓錐曲線方程式、指數對數函數、三次函數...，不論是方程式圖形或函數圖形，透過平移來解題都扮演著舉足輕重的角色，我們應該怎麼協助學生，讓學生可以學到一脈相承的好想法呢？



5. 您會不會覺得奇怪啊，二次函數圖形為什麼會有極值呢？一次函數圖形的函數值不是越來愈大，就是越來越小，二次函數圖形的函數值竟然會有越來越大後到達極值後又變得越來越小，或是反過來。三次函數圖形則有當數字越來越大，抵達反曲點之後又再度越來越大，或是反過來，在轉折處究竟發生了什麼事？是什麼因素讓函數圖形出現轉折呢？



二、 試著撰寫下面名詞的核心概念。

1. 函數
2. 一次函數
3. 二次函數
4. 函數圖形
5. 方程式圖形
6. 極值

三、 試著根據概念發展的三個階段草擬下面名詞的概念發展脈絡。

概念	認知	形成	使用
函數			
一次函數			
二次函數			
函數圖形			
方程式圖形			
極值			

四、觀摩、討論&修改

1. 參考影片

※透過 YouTube 查詢數學新世界，再進入 New Horizon of Mathematics

即可透過關鍵字查詢下面影片。

- (1) 數學新世界--CA--配方法對二次函數的意義 入班教學 20181102 (臺中市黎明國中) PART1-PART2
- (2) 數學新世界--CA--二次函數 教師研習 20171228 (桃園市山腳國中) PART2
- (3) 數學新世界--CA--二次函數 入班教學 20171207 (桃園市中壢國中) PART1-PART2、PART3-PART4 議課
- (4) 數學新世界--CA--二次函數、函數的核心與數學素養 入班教學 20170114 (臺中市自強國中) PART 1-PART4
- (5) 數學新世界--CA--資優數學 一元二次方程式與函數 20170113 (臺中市居仁國中)
- (6) 數學新世界--CA--二次函數 入班教學 20170615 (台中居仁國中) PART 1-PART4

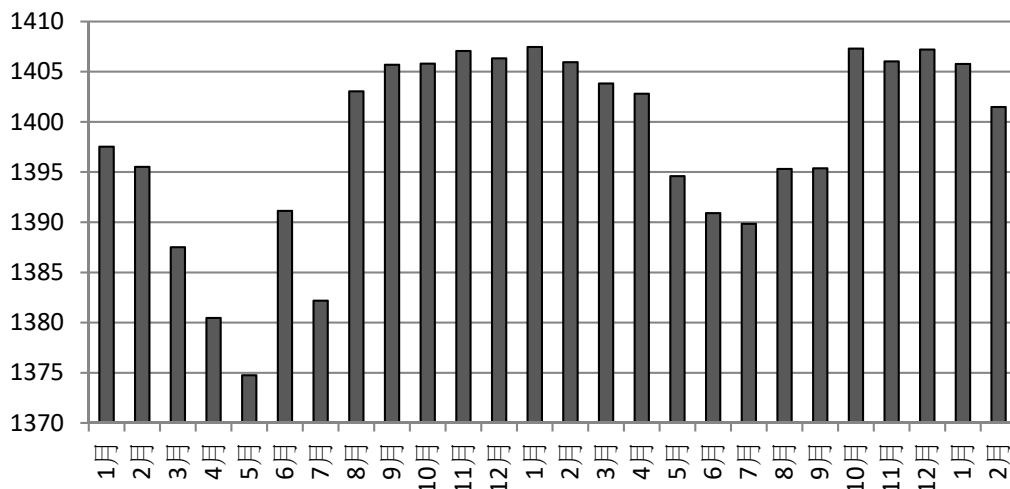
2. 針對單元核心概念、概念發展的教學脈絡進行細部分析或調整。

3. 找出屬於自己最自在的概念發展的教學脈絡。

五、學習單：完整版請參考數學新世界國中九年級教材



1. 下面是台中德基水庫從 105 年 1 月到 107 年 2 月每月的 8 日所記錄的水位高度，我們分別使用長條圖和折線圖來表現水位，水庫滿水位標高是 1408 公尺。



- (1) 什麼時候水位上升得比較快？

圈出來！

- (2) 什麼時候水位下降得比較快？

圈出來！

- (3) 什麼時候水位幾乎沒有什麼變化？

圈出來！

- (4) 什麼時候是枯水期（水位最低）？

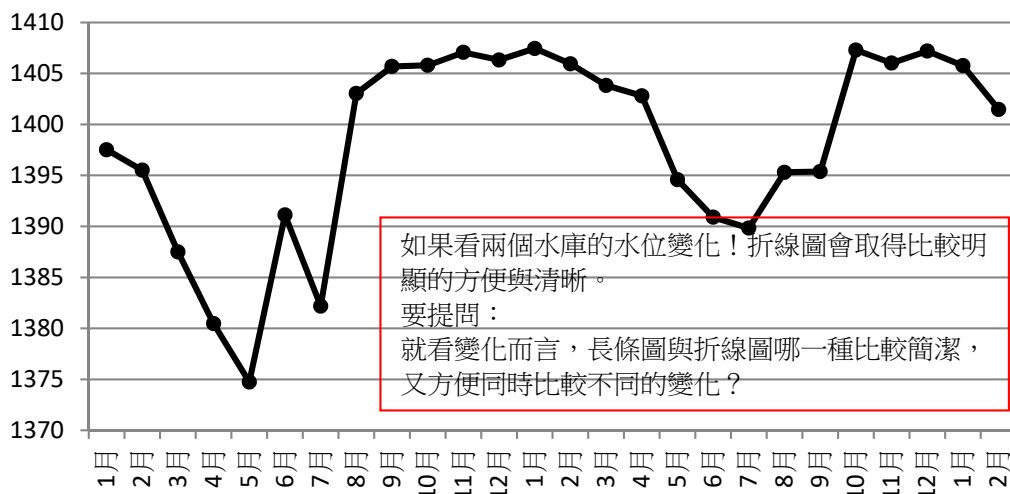
圈出來！

- (5) 什麼時候是滿水期（水位最高）？

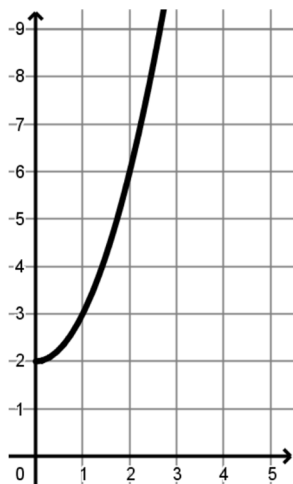
圈出來！

- (6) 如果紀錄時間增加為每天 1 次、每小時 1 次、每分鐘 1 次...，畫出來的圖形會變成什麼樣子呢？

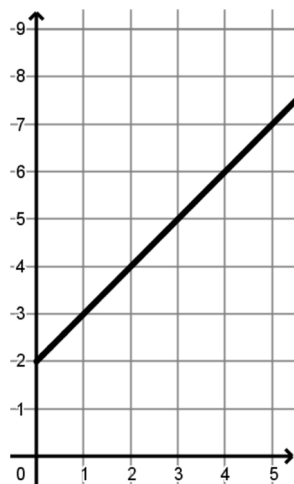
畫出來！



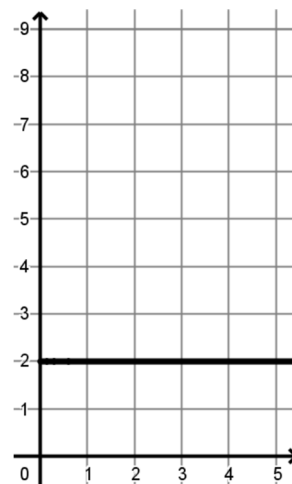
2. 觀看下面圖形，當 x 的值在向右變化時， y 的值會有什麼變化呢？請填上對應圖形正確的敘述（可能不只一個喔） A：變化固定 B：變化不固定 C：沒有變化 D：變化越來越大 E：變化越來越小



(1)



(2)



(3)



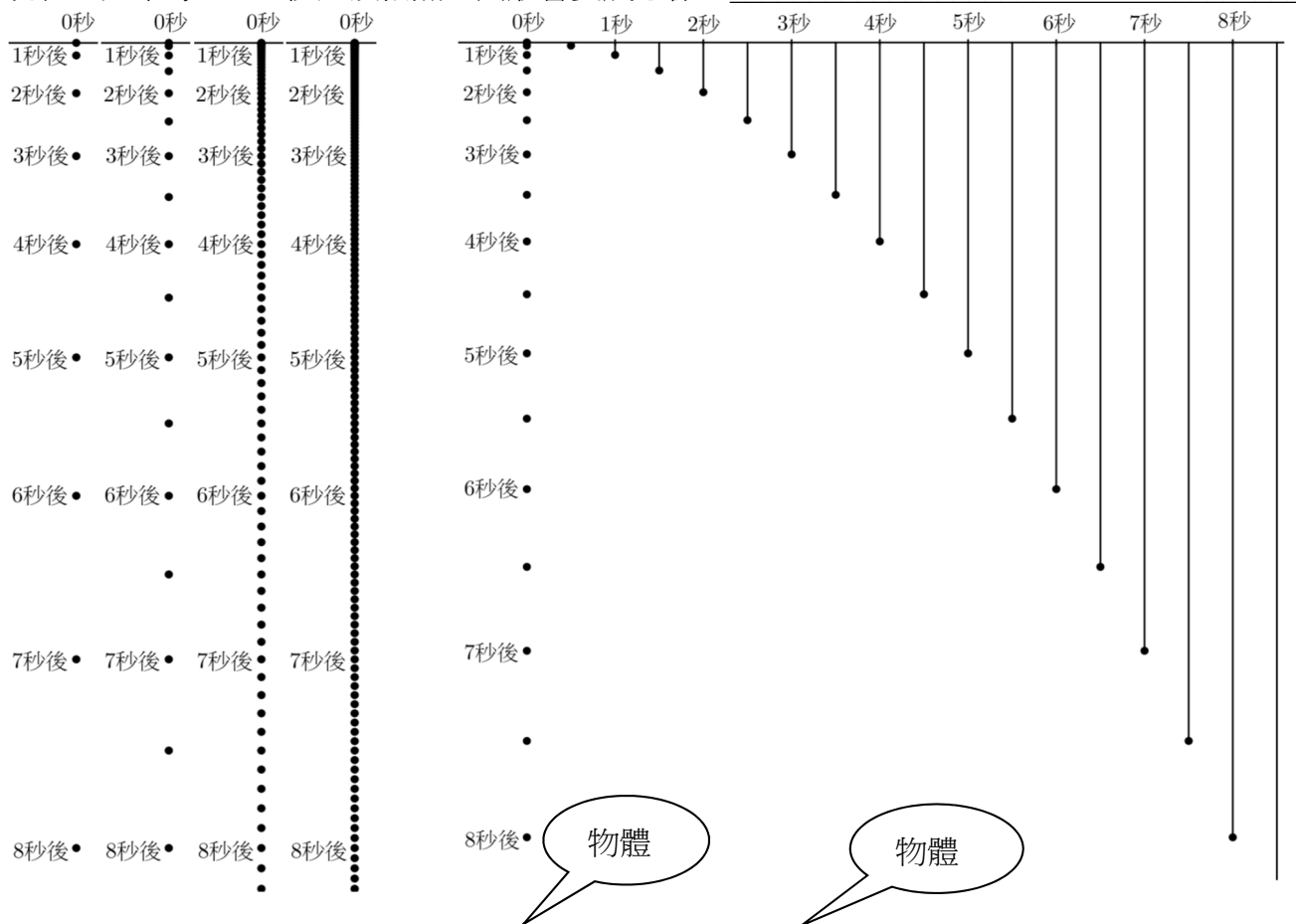
(4)

(5) 如果上面圖形代表 **4 位選手**跑步情形(x =時間, y =位置), **你是教練**, 你最喜歡哪一個?

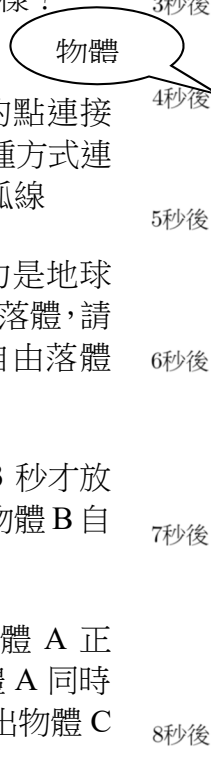
3. 下面左圖是物體做自由落體每 1 秒、每 0.5 秒、每 0.1 秒、每 0.01 秒連續拍照的圖形。

(1) 物體自由落體過程中, ☐速度固定不變 ☐速度越來越快 ☐速度越來越慢。

(2) 現在, 如果每 0.001 秒連續拍照, 圖形會變成怎樣?



- (3) 右上和右下圖形分別是物體做自由落體每 0.5 秒和每 0.1 秒連續拍照的圖形，這種表示法和左圖有什麼不一樣？

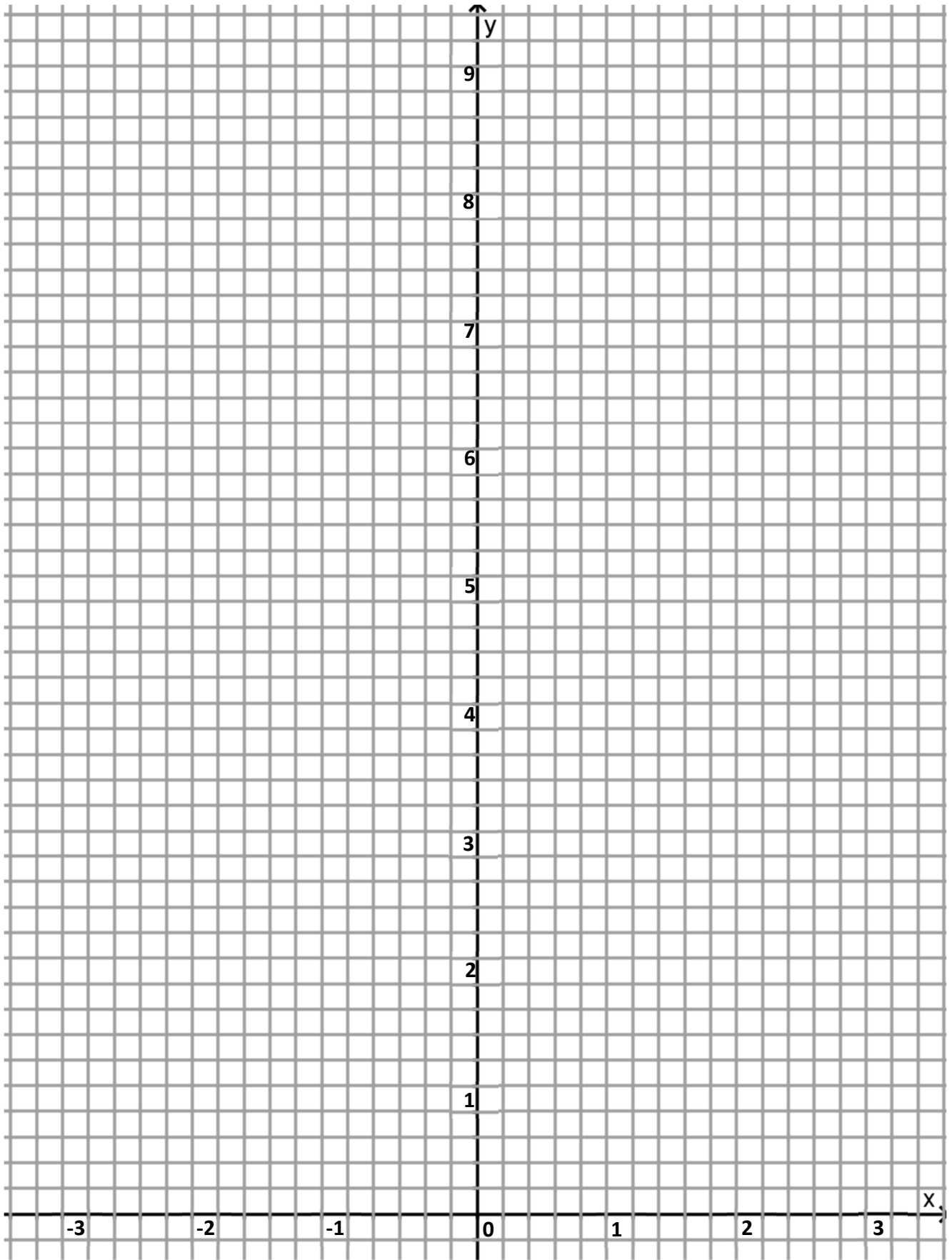


- (4) 如果請你將右上方的點連接起來，你會使用哪一種方式連接起來呢？☐折線 ☐弧線
- (5) 如果物體在地心引力是地球的 2 倍的星球做自由落體，請在右上圖畫出物體自由落體的圖形
- (6) 如果有物體 B 慢了 3 秒才放手，請在右上圖畫出物體 B 自由落體的圖形
- (7) 如果有位置高度在物體 A 正下方的物體 C 和物體 A 同時放手，請在右下圖畫出物體 C 自由落體的圖形

4. 下面是物體在某星球做自由落體實驗，每 1 秒鐘拍照 1 次得到下面結果。

距離 y	0	1	4	9	16	25			
時間 x	0	1	2	3	4	5	6	7	x

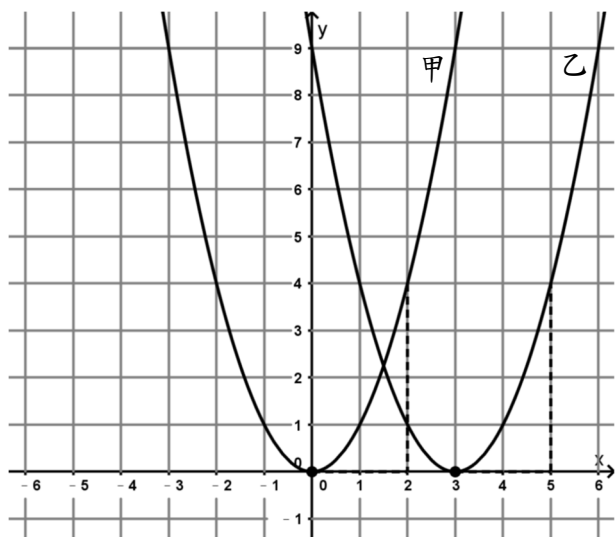
- (1)請將上面表格完成填寫 (2)請寫出上面實驗距離和時間的關係式 (3)利用關係式在下方畫出圖形



5. 甲、乙物體在相同星球做自由落體，乙慢了3秒才放手，
(1) 請完成下面表格，並利用甲物體關係式 $y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$
寫出乙物體的關係式_____

$y_{\text{甲}}$	9	4	1	0	1	4	9	$(x_{\text{甲}})^2$
$x_{\text{甲}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{甲}}$

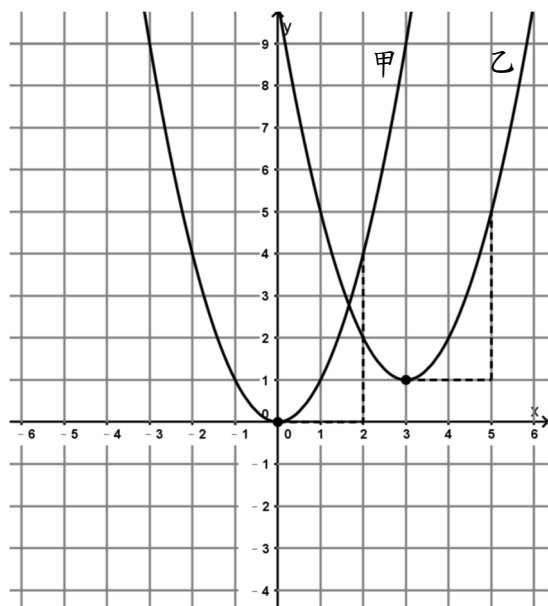
$y_{\text{乙}}$								
$x_{\text{乙}}$								$x_{\text{乙}}$



- (2) 如果有個丙物體比甲物體提早2秒放手，請在上面畫出丙物體的圖形，同時請完成下面表格，寫出丙物體的關係式_____

$y_{\text{丙}}$								
$x_{\text{丙}}$								$x_{\text{丙}}$

7. (1) 甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式 $y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____

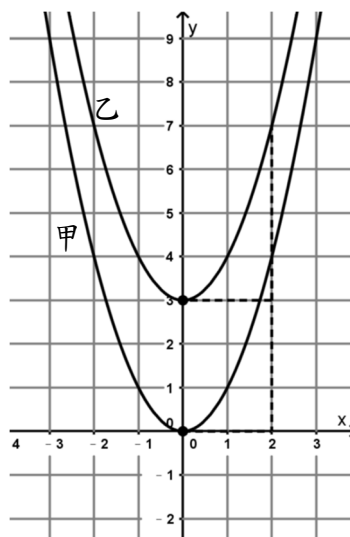


- (2) 甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = (x_{\text{丙}} + 4)^2 - 2$ 在上面畫出丙的圖形

6. 甲、乙物體在相同星球同時做自由落體，乙比甲高了3公尺，(1) 請完成下面表格，並利用甲物體關係式 $y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙物體的關係式_____

$y_{\text{甲}}$	9	4	1	0	1	4	9	$(x_{\text{甲}})^2$
$x_{\text{甲}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{甲}}$

$y_{\text{乙}}$								
$x_{\text{乙}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{乙}}$



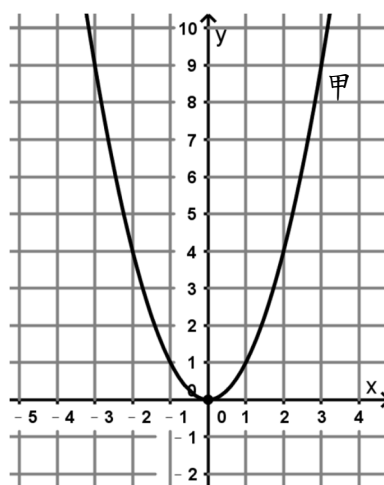
- (2) 如果有個丙物體也同時放手，但是丙的高度比甲的高度低了2公尺，請在上面畫出丙物體的圖形，同時請完成下面表格，寫出丙物體的關係式_____

$y_{\text{丙}}$								
$x_{\text{丙}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{丙}}$

8. 甲、乙分別在不同星球同時進行自由落體，甲、乙圖形關係式分別是 $y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$ 、 $y_{\text{乙}} = 2(x_{\text{丙}})^2$ ，請試著下方畫出乙的圖形

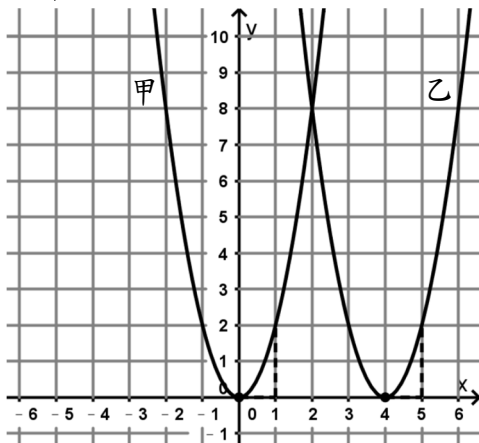
$y_{\text{甲}}$	9	4	1	0	1	4	9	$(x_{\text{甲}})^2$
$x_{\text{甲}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{甲}}$

$y_{\text{乙}}$								$2(x_{\text{丙}})^2$
$x_{\text{乙}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{乙}}$



9.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

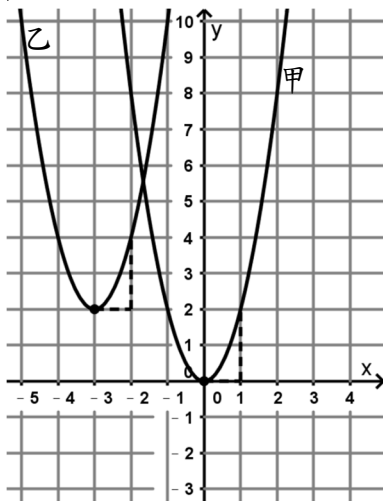
$y_{\text{甲}} = 2(x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____



(2)甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = 2(x_{\text{丙}} + 2)^2$ 在上面畫出丙的圖形

11.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

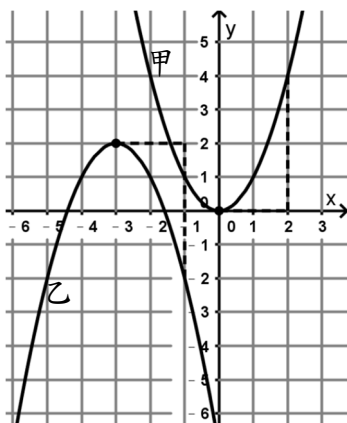
$y_{\text{甲}} = 2(x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____



(2)甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = 2(x_{\text{丙}} - 3)^2 - 2$ 在上面畫出丙的圖形

13.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

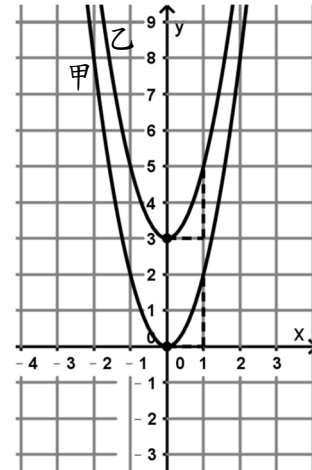
$y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____



(2)甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = -(x_{\text{丙}} - 2)^2 - 1$ 在上面畫出丙的圖形

10.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

$y_{\text{甲}} = 2(x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____



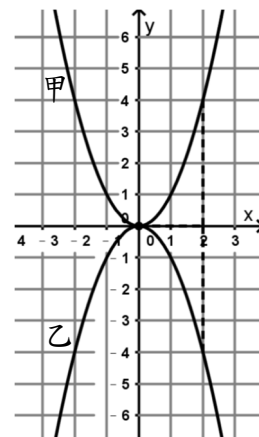
(2)甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = 2(x_{\text{丙}})^2 - 3$ 在上面畫出丙的圖形

12.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

$y_{\text{甲}} = (x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____

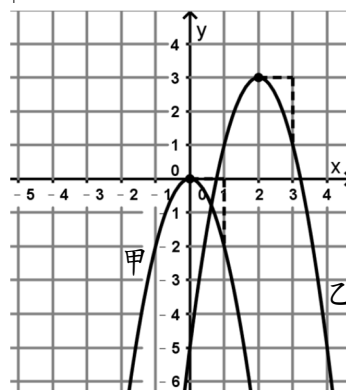
$y_{\text{甲}}$	9	4	1	0	1	4	9	$(x_{\text{甲}})^2$
$x_{\text{甲}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{甲}}$

$y_{\text{乙}}$								
$x_{\text{乙}}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$x_{\text{乙}}$



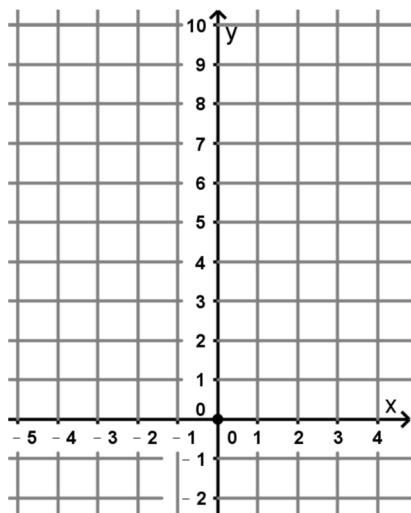
14.(1)甲、乙兩個圖形一模一樣，請利用甲圖形關係式

$y_{\text{甲}} = -2(x_{\text{甲}})^2$ 寫出乙圖形的關係式_____

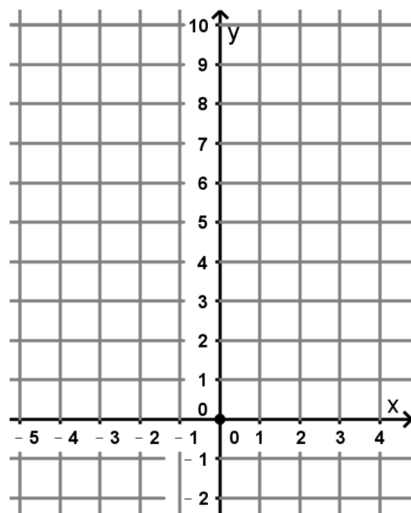


(2)甲、丙兩個圖形一模一樣，請利用丙圖的關係式 $y_{\text{丙}} = -2(x_{\text{丙}} + 3)^2 - 1$ 在上面畫出丙的圖形

15. 請畫出 $y = (x - 3)^2 + 2$ 的圖形。



16. 請畫出 $y = x^2 - 6x + 11$ 的圖形。



17. 請在空格中填入適當答案。

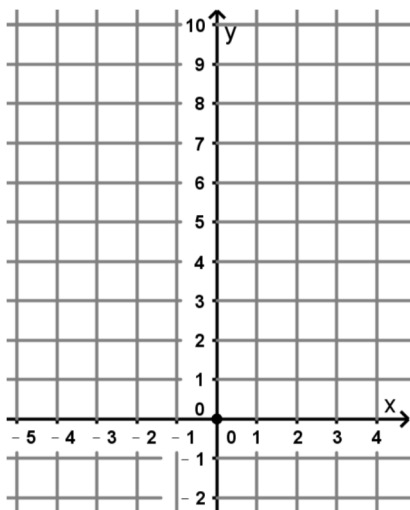
(1) 平方乘開 $x \quad -3$
 $\times) \quad x \quad -3$

$$(x - 3)^2 + 2 = (x - 3)(x - 3) + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 配成平方

$$x^2 - 6x + 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

18. 請畫出 $y = 3x^2 - 6x + 5$ 的圖形。



數學新世界教師種子生根計畫-重要連結

生根計畫網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>

計畫網站提供多項資源：

各類實體教材資源、各年段教師共備手冊、各場次研習錄影檔、專家教學影片、預約 CA 行程……等。



數學新世界 FB 社團

<https://www.facebook.com/groups/nhmath>

這裡提供各位數學教育夥伴們一個討論問題、經驗分享、相互交流的平台，同時也會不定時公告計畫相關活動資訊！

CA 行程表

<https://goo.gl/a6YNxW>

這是計畫主持人 CA 的公開行事曆，可透過此行事曆知道近幾個月 CA 在各地的研習，若為空白的時間區段，即可聯絡助理安排預約行程。



生根計畫官方 LINE

<https://line.me/R/ti/p/%40uje9883i>

計畫特別創立此官方 LINE 帳號，加入好友後，可透過簡易關鍵字查詢計畫相關資訊，包括聯絡方式，各場次研習，也可於上面留言，工作人員會盡快回覆。



Tel: 04-7232105 ext.3288

E-mail: nhmath@nhmath.com

Address: 彰化縣彰化市進德路 1 號數學系

重行樸實數學路 發現數學新世界



數學新世界網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>